

2. Решите уравнение

$$|x^2 - 8x + 15| = |15 - x^2|.$$

3. Антикварный магазин приобрел два предмета, а затем продал их за общую сумму 39900 рублей, при этом прибыль составила 40%. За сколько магазин купил каждый предмет, если при продаже первого предмета прибыль составила 30%, а при продаже второго – 55%?

4. На координатной плоскости заданы точки $A(1; 9)$, $C(5; 8)$, $D(8; 2)$ и $E(2; 2)$. Найдите площадь пятиугольника $ABCDE$, где B – точка пересечения прямых EC и AD .

5. Решите неравенство

$$\log_3(3^x - 1) \log_9(9^{x+2} - 6 \cdot 3^{x+3} + 81) < 3.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin\left(\pi\sqrt{x} \sqrt{\frac{5}{x} - x + 6}\right) + \sqrt{6} \cos\left(\pi x \sqrt{\frac{5}{x^2} + \frac{6}{x} - 1}\right) = \sqrt{8}.$$

Вариант 15

(факультет психологии)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{8-x} = \sqrt{15}.$$

2. Решите неравенство

$$\log_2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{3x+4}{4x-8} \leq 0.$$

3. Решите уравнение

$$3 \sin^2 x - 3 \cos x - 6 \sin x + 2 \sin 2x + 3 = 0.$$

4. В трапеции $BCDE$ основание $BE = 13$, основание $CD = 3$, $CE = 10$. На описанной около $BCDE$ окружности взята отличная от E точка A так, что $CA = 10$. Найдите длину отрезка BA и площадь пятиугольника $ABCDE$.

5. При каждом значении параметра a решите неравенство

$$ax^4 + x^3 + (2a + 3a^3)x^2 + 2x + 6a^3 > 0.$$

Вариант 16

(факультет социологии)

1. Решите неравенство

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{|x|} \geq 2.$$

2. Решите уравнение

$$\log_{\sin x}(3 \sin x - \cos 2x) = 0.$$

3. В городе N за последний год численность населения уменьшилась на 4%, а число безработных увеличилось на 5%. Сколько процентов от общего числа жителей составляют безработные, если год назад их было 8%?

4. Диагональ AC выпуклого четырехугольника $ABCD$ является диаметром описанной около него окружности. Найдите отношение S_{ABC} и S_{ACD} , если известно, что диагональ BD делит AC в отношении 2 : 1 (считая от точки A), а $\angle BAC = 30^\circ$.

5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых расстояние между корнями уравнения

$$ax^2 + (2a + 2)x + (a + 3) = 0$$

больше 1.

6. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{\frac{2+x}{x}} - \sqrt[3]{\frac{2-6x}{x}} = 1.$$

Вариант 17

(Институт стран Азии и Африки)

1. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{2x^2 - 5x - 3}}{6 + 3\sqrt{3x - 2x^2}} \geq 0.$$

2. Найдите все решения уравнения

$$5 \sin^2 2x + 8 \cos^3 x = 8 \cos x,$$

удовлетворяющие условиям $\frac{3}{2}\pi \leq x \leq 2\pi$.

3. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 10 км, отправились в разное время пешеход, всадник и велосипедист. Известно, что их скорости постоянны и образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Первым из A вышел пешеход, которого в середине маршрута обогнал велосипедист, выехавший из A на 50 минут позже пешехода. В пункт B пешеход прибыл одновременно с всадником, выехавшим из A на 1 час 15 минут позже пешехода. Определите скорости участников маршрута.

4. Решите неравенство

$$(1 + \log_3 x) \sqrt{\log_{3x} 3 \sqrt{\frac{x}{3}}} \leq 2.$$

5. В треугольнике ABC даны длины сторон $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{5}$ и $AC = 3$. Сравните величину угла BOC и $112,5^\circ$, если O – центр вписанной в треугольник ABC окружности.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(x+2) + y = 3a, \\ a + 2x^3 = y^3 + (a+2)x^3 \end{cases}$$

имеет не более двух решений.

7. Решите уравнение

$$\frac{3 \cos x + 2 \sin x}{\cos x} = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x + \sin x}{\cos x} \sqrt{3 + 2x - 2y + 2xy - x^2 - y^2}.$$

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

Физический факультет

1. Гладкая доска, лежащая на цилиндре, может свободно вращаться вокруг проходящей через ее конец оси, прикрепленной к столу. Ось цилиндра и ось вращения доски параллельны. Определите угловую скорость вращения доски в тот момент, когда цилиндр катится по столу без проскальзывания с угловой скоростью ω , удаляясь от закрепленного конца доски, а доска образует со столом угол α (рис.1).

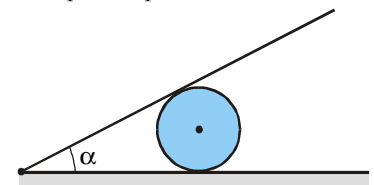


Рис. 1

2. На шероховатом го-