

2) После замыкания ключа будет происходить зарядка последовательно соединенных конденсаторов емкостью C_1 и C_2 . За время зарядки через батарею протечет заряд

$$q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E.$$

Батарея при этом совершит работу

$$A = qE = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E^2.$$

Эта работа частично пойдет на увеличение энергии конденсаторов, а частично выделится в виде тепла. Энергия зарядившихся конденсаторов равна

$$W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E^2.$$

Следовательно, количество теплоты, которое выделится в схеме после замыкания ключа, равно

$$Q = A - W = \frac{C_1 C_2 E^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

4. При движении проводника со скоростью v в нем возникает ЭДС индукции $E_i = vLB$. Поскольку проводник замкнут конденсатором, напряжение на конденсаторе всегда равно ЭДС индукции:

$$U_C = vLB.$$

Найдем удлинение Δx пружин в положении равновесия проводника из условия равновесия:

$$Mg = 2k\Delta x, \text{ и } \Delta x = \frac{Mg}{2k}.$$

Когда проводник сместили вниз на расстояние h от положения равновесия, удлинение пружины стало равным

$$\Delta x' = \Delta x + h.$$

Найдем энергию системы в тот момент, когда проводник отпускают из смещенного положения. Кинетическая энергия проводника равна нулю, потенциальная энергия проводника в поле тяжести равна

$$\Pi_1 = -Mgh$$

(начало отсчета выбрано в положении равновесия). Поскольку скорость проводника равна нулю, конденсатор не заряжен. Энергия упругой деформации пружин равна

$$E_1 = 2 \frac{k\Delta x'^2}{2} = k \left(\frac{Mg}{2k} + h \right)^2.$$

Полная энергия нашей системы в этот момент составляет

$$W_1 = \Pi_1 + E_1 = -Mgh + k \left(\frac{Mg}{2k} + h \right)^2.$$

Найдем теперь энергию системы, когда проводник будет проходить положение равновесия. Обозначим скорость проводника в этот момент через v . Энергия заряженного конденсатора равна

$$E_{\kappa} = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{C(vLB)^2}{2}.$$

Потенциальная энергия проводника в поле тяжести равна нулю. Энергия упругой деформации пружин равна

$$E_2 = 2 \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{(Mg)^2}{4k}.$$

Кинетическая энергия проводника равна

$$K_2 = \frac{Mv^2}{2}.$$

Полная энергия системы в этот момент составляет

$$W_2 = E_{\kappa} + E_2 + K_2 = \frac{C(vLB)^2}{2} + \frac{(Mg)^2}{4k} + \frac{Mv^2}{2}.$$

По закону сохранения энергии, $W_1 = W_2$, или

$$-Mgh + k \left(\frac{Mg}{2k} + h \right)^2 = \frac{C(vLB)^2}{2} + \frac{(Mg)^2}{4k} + \frac{Mv^2}{2}.$$

Отсюда находим скорость проводника:

$$v = h \sqrt{\frac{2k}{Cl^2 B^2 + M}}.$$

5. Найдем расстояние f от изображения источника до линзы перед смещением источника. Поскольку расстояние от источника $d < F$, то изображение будет мнимым. По формуле линзы

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

получаем

$$f = \frac{dF}{F-d} = 24 \text{ см.}$$

Так как источник смещают в вертикальной плоскости перпендикулярно главной оптической оси, линзу тоже нужно сместить в вертикальной плоскости. В этом случае сохраняются расстояния d и f . Точечный источник, его изображение и оптический центр линзы всегда лежат на одной прямой. Поэтому оптический центр

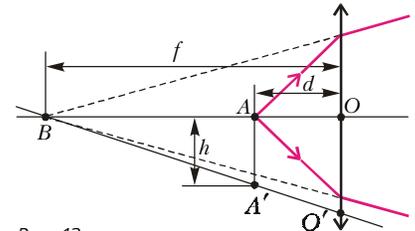


Рис. 12

линзы O' должен лежать на прямой BA' (рис.12). Следовательно, линзу нужно сместить вниз на расстояние OO' . Из подобия треугольников OBO' и ABA' найдем искомое расстояние:

$$OO' = \frac{hf}{f-d} = \frac{hF}{d} = 6 \text{ см.}$$

Вариант 2

1. 1) $a = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) \approx 2,9 \text{ м/с}^2$;

2) $L = (3/4)(\mu_2 - \mu_1)gt^2 \cos \alpha = 25 \text{ см.}$

2. $Q = \Lambda/2 + 4R\Delta T$. 3. $A = E \left(\frac{Q}{2} + \frac{\epsilon_0 S E}{d} \right)$.

4. $I_m = U_1 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1 + C_2)}}$. 5. $x = R \frac{n^2}{2+n-n^2} = 18 \text{ см.}$

Московский государственный институт электроники и математики

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $\left[-6; \frac{3}{2} \right) \cup (3; +\infty)$. 2. $\left(\frac{8}{3}; 4 \right)$.

3. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k$, $y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $k, n \in \mathbf{Z}$.

4. а) $MN = 5$; б) $LE = \frac{5}{4}$.

5. $-2; -1$; 3. Указание. $x = 2$ при $a = -2$. При $a \neq -2$ долж-