

5. Найдите сумму всех корней уравнения

$$2 \cos 3x + 8|\sin x| - 7 = 0,$$

принадлежащих отрезку $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

1. Тело массой m , брошенное под углом α к горизонту, при движении имело минимальную кинетическую энергию E . Найдите изменение импульса тела за все время движения.

2. Телу массой m , подвешенному на нити длиной l , сообщают направленную горизонтально начальную скорость v , в результате чего тело совершает колебания. Найдите силу натяжения нити в тот момент, когда скорость тела равна $v/2$.

3. Один моль идеального газа совершает замкнутый цикл, состоящий из изохоры 1–2, изобары 2–3 и прямой 3–1. Температуры в точках 1, 2 и 3 связаны соотношением $T_3 = 2T_2 = 3T_1$. Определите КПД цикла.

4. Водяной пар, находящийся в сосуде объемом $V = 10$ л при температуре $t = 100$ °С и давлении $p = 50$ кПа, изотермически сжимают. Во сколько раз уменьшился объем, если в конце процесса в сосуде содержалось $m = 1,45$ г воды?

5. Два конденсатора, заряженные от одного и того же источника, соединили первый раз одноименными полюсами, а второй – разноименными. При этом полная энергия электрического поля, запасенная в системе, во втором случае была вдвое меньше. Найдите отношение емкостей конденсаторов.

6. Электрон со скоростью v влетает в плоский конденсатор параллельно его обкладкам. Его импульс за время пролета через конденсатор возрастает вдвое. Определите, на сколько смещается электрон относительно первоначального направления, если к обкладкам конденсатора приложено напряжение U , расстояние между ними d . Заряд e и масса m электрона известны.

7. Аккумулятор с внутренним сопротивлением r был заряжен от источника с напряжением U током I . Какую максимальную полезную мощность можно получить от этого аккумулятора?

8. Проводник длиной $l = 0,5$ м и массой $m = 0,2$ кг лежит на горизонтальных рельсах. Если по проводнику пропустить ток $I = 4,0$ А, то он начинает двигаться в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Какую минимальную силу надо приложить к проводнику, чтобы он начал двигаться, если такое же по величине магнитное поле будет направлено горизонтально вдоль рельсов?

9. Колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности, резонирует на длине волны λ . Через какое время после начала колебаний энергия, выделяемая в катушке индуктивности, в 4 раза больше энергии, запасенной в конденсаторе? В первый момент конденсатор полностью заряжен.

10. На газету кладут прозрачную пластину толщиной H , сделанную из материала, для которого угол полного внутреннего отражения равен α . На каком расстоянии от верхней поверхности пластины будут видны буквы, если на них смотреть сверху?

Публикацию подготовили
Ю. Колмаков, Г. Померанцева

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(математический факультет)

1. Три мотоциклиста стартуют одновременно из одной точки кольцевого шоссе в одном направлении. Первый мотоциклист впервые догнал второго, пройдя 4,5 круга после старта, а за полчаса до этого он впервые догнал третьего мотоциклиста. Второй мотоциклист впервые догнал третьего через три часа после старта. Сколько кругов в час проезжает первый мотоциклист?

2. Решите уравнение

$$|9 \sin^2 x + 8 \cos 2x| = |5 + 3 \cos x|$$

и укажите число его решений на промежутке $\left[-\frac{\pi}{4}; 3\pi\right]$.

3. Решите неравенство

$$\log_{x+1} \frac{5x+4}{x+3} \leq \log_{x+1} \frac{x+2}{1-x}.$$

4. Из всех прямоугольных параллелепипедов с периметром каждой боковой грани 6 найдите параллелепипед наибольшего объема. В ответе укажите объем.

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро равно 2. Найдите расстояние от центра грани $A_1 B_1 C_1 D_1$ до плоскости, проходящей через вершины B, D и C_1 .

Вариант 2

(физический факультет)

1. В правильную треугольную пирамиду, сторона основания которой равна a , вписан конус. Найдите объем конуса, если угол между ребром пирамиды и плоскостью основания равен α .

2. Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2.$$

3. Решите неравенство

$$\log_3 \frac{1-2x}{x} \leq 0.$$

4. Найдите сумму корней уравнения

$$x^{3-\lg x} = 100.$$

5. Найдите угол, который образует с осью ординат касательная к кривой $y = \frac{2}{3}x^5 - \frac{x^3}{9}$, проведенная в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 3

(химический факультет)

1. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник с основанием 6 и высотой 9. Каждое боковое ребро равно 13. Найдите объем пирамиды.

2. Решите уравнение

$$\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{ctg} x} = 2 \sin x.$$

3. Решите неравенство

$$\frac{x+27}{16-2x} < x.$$