(Начало см. на с. 30)

ки от времени. Очевидно, что скорость перемычки достигнет постоянного значения, когда ускорение станет равным нулю. Итак, при $v'_x = 0$ $v_x = v_0$ и, следовательно,

$$\mathrm{E} = Blv_0 .$$

Теперь мы можем ответить на поставленный в задаче вопрос. Сразу после замыкания ключа в цепи течет ток

$$I_1 = \frac{\mathrm{E}}{R} = \frac{Blv_0}{R} .$$

На перемычку действует сила Ампера, равная

$$F_1 = BI_1 l = \frac{(Bl)^2 v_0}{R} .$$

Поэтому ускорение перемычки в начальный момент равно

$$a_1 = \frac{F_1}{M} = \frac{(Bl)^2 v_0}{MR} .$$

Задача 6. *Если рассматривать свое изображение в плоскопараллельной стеклянной пластинке толщиной H = 10 см, то можно увидеть ряд последовательных изображений лица, отстоящих друг от друга на L = 14 см. Чему равен показатель преломления стекла пластинки? (1999 г.)*

Пусть точка A является объектом, принадлежащим нашему лицу. Проведем произвольно луч света от точки A под малым углом падения α на верхнюю поверхность пластинки (рис.8). Луч частично отразится в точке B (луч *1*), частично испытает преломление под углом β, а затем, частично отразившись от нижней поверхности пластинки в точке F, снова направится к верхней поверхности пластинки. Здесь он, частично отразившись в точке D, выходит в виде преломленного луча (луч *2*). Таким образом будут происходить многократные отражения и преломления.

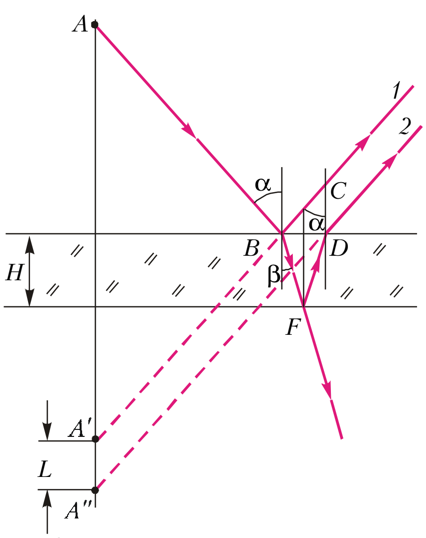

Рис. 8

Продолжения лучей *1* и *2* дают два первых мнимых изображения точки A – точки A' и A'', отстоящие друг от друга на L. Очевидно, что и все последующие мнимые изображения точки A тоже будут располагаться на одинаковых расстояниях L друг от друга.

Из треугольника BFD найдем длину отрезка BD:

$$BD = 2H\operatorname{tg}\beta ,$$

а из треугольника BCD найдем расстояние L между изображениями, равное длине отрезка CD:

$$L = CD = BD\operatorname{ctg}\alpha = 2H\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \approx 2H\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{2H}{n} .$$

Отсюда получаем

$$n = \frac{2H}{L} = 1{,}43 .$$

Задача 7. *Маленький грузик массой m на пружине жесткостью k (рис.9) совершает гармонические колебания относительно главной оптической оси тонкой плосковогнутой линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$). Линза плотно прижата к вертикально расположенному плоскому зеркалу. Расстояние $L = 4{,}5F$. 1) На каком расстоянии от зеркала находится изображение грузика в данной оптической системе? 2) С какой скоростью изображение грузика в системе линза – зеркало пересекает главную оптическую ось линзы, если амплитуда колебаний груза равна A? (1998 г.)*

1) На рисунке 9 изображен ход лучей, когда груз – точка B – находится на максимальном расстоянии A от главной оптической оси системы $O'O''$. Изображение грузика после

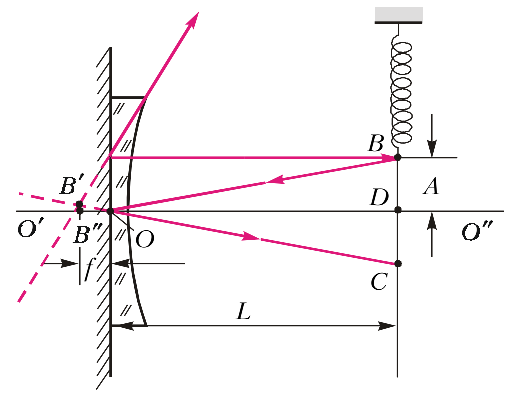

Рис. 9

двойного прохождения лучами линзы и зеркального отражения от плоского зеркала получается в точке B' на расстоянии f от оптического центра системы. Из формулы линзы

$$\frac{1}{L} + \frac{1}{f} = -\frac{2}{F} ,$$

где двойка в правой части означает двойное прохождение лучами линзы, найдем

$$f = -\frac{LF}{2L + F} = -0{,}45F .$$

Знак «минус» говорит о том, что изображение мнимое.

2) На нашем рисунке расстояние от грузика до главной оптической оси равно A, а расстояние от изображения (точка B') до оси равно $B'B''$ (точка $B'' \in O'O''$). Из подобия треугольников $B'OB''$ и DOC (O – оптический центр линзы) следует, что

$$\frac{A}{B'B''} = \frac{L}{f} = \frac{2L + F}{F} .$$

Это соотношение для расстояний до оси грузика и его изображения, очевидно, справедливо и для произвольного момента, когда расстояние грузика до оси равно $A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$, где $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$ – циклическая частота колебаний. Расстояние от изображения до оси обозначим через y ($y = B'B''$). Тогда получим

$$\frac{A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t}{y} = \frac{2L + F}{F} = 10 , \text{ и } y = \frac{A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t}{10} .$$

Продифференцируем это выражение по времени:

$$y' = -\frac{A\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t}{10} .$$