

Свойства и признаки окружности

Хорошо известно определение окружности как геометрического места точек, равноудаленных от некоторой фиксированной точки

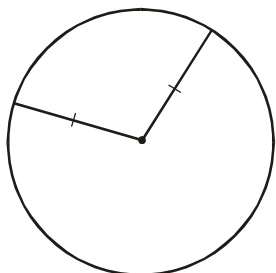


Рис. 1

(рис.1). Однако определить окружность «можно и многими другими способами. Приведем несколько примеров.

1. Окружность есть геометрическое место точек, сумма квадратов расстояний от которых до нескольких заданных точек постоянна.

2. Окружность есть геометрическое место точек, отношение расстояний от которых до двух данных точек A и B постоянно и не равно 1 (рис.2). Такая окружность называется

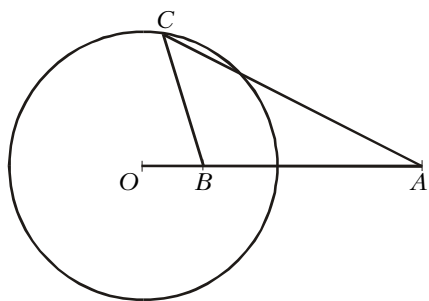


Рис. 2

Окружность обладает многими красивыми свойствами, доказательство которых не представляет труда. Сложнее определить, являются ли эти свойства также и признаками окружности, т.е. существуют ли другие кривые, обладающие ими. Перечислим сначала некото-

рые из свойств окружности, не присущие никаким другим кривым.

1. Два угла с вершинами на окружности, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны (рис.3).

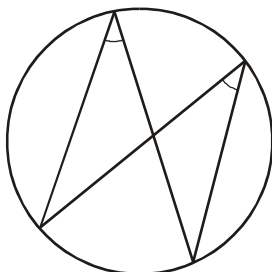


Рис. 3

2. Касательные к окружности, проведенные из одной точки, равны (рис.4).

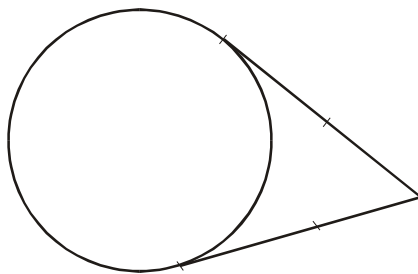


Рис. 4

3. Из всех замкнутых кривых данной длины окружность ограничивает область максимальной площади.

4. Из всех замкнутых кривых, для которых длины всех хорд не превосходят заданной величины, окружность ограничивает область максимальной площади.

5. Любые две дуги окружности равной длины можно совместить. Это свойство называется *самоконгруэнтностью*. На плоскости им, кроме окружности, обладает только прямая. Если кривая может не лежать в плоскости, оно задает также винтовую линию (рис.5). Однако замкнутых самоконгруэнтных кривых, отличных от окружности, не существует. Благодаря этому свойству меч, имеющий форму

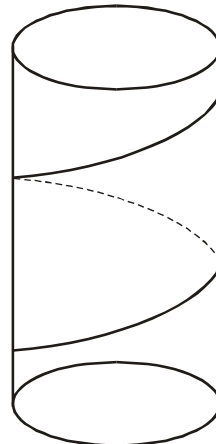


Рис. 5

дуги окружности, можно вставлять и вынимать из ножен той же формы.

6. При любом расположении двух равных окружностей на плоскости они имеют не больше двух общих точек (рис.6).

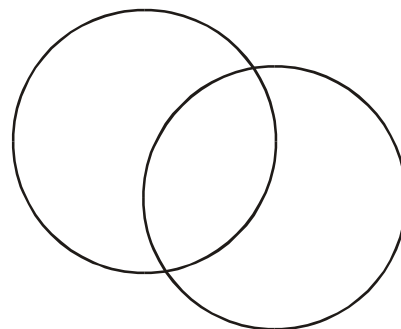


Рис. 6

7. Любая прямая, проходящая через центр окружности, является ее осью симметрии (рис.7).

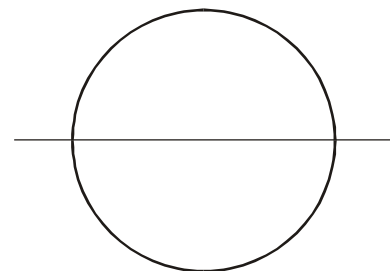


Рис. 7