Вихрь в тумане

А. СТАСЕНКО

Также нельзя привести простой и единой причины
...Почему луна в один месяц проходит
Тем же путем круговым, что солнце в год пробегает.
...Можно, во-первых, считать, что все это так происходит,
Как полагает о том Демокрита священное мненье.
То есть, чем ближе к земле проходят светила, тем меньше
Могут они увлекаться вращеньем небесного вихря,
Ибо стремленье его и напор, постепенно слабея
Книзу, становятся меньше...

Тит Лукреций Кар. О природе вещей

Конечно, с точки зрения современной астрономии рассуждения Лукреция о «небесном вихре» представляются наивными. Но в них содержится «священное мненье»: с ростом расстояния от Земли (а ведь она – «центр Мира») растет и линейная (окружная) скорость – как, например, в случае вращения твердого цилиндра.

Нас будет интересовать возможность использования вращения для разделения веществ. Но... начнем издалека.

Каждый знает, как в ведре речной воды разделить воду, песок и пузырьки: просто надо подождать некоторое время – песчинки осядут на дно, пузырьки всплывут и лопнут над поверхностью, и останется чистая вода. В случае прозрачного сосуда видно, что частицы песка движутся с постоянной скоростью. Это означает, что сумма сил тяжести, архимедовой и сопротивления движению равна нулю.

Правда, это равновесие наступает не сразу. Например, если уронить стальной шарик в банку с водой, или с глицерином, или с медом, то некоторое время скорость его движения будет изменяться, пока не станет постоянной. Это «некоторое время» называется *временем релаксации* τ. Говорят, что по истечении времени, значительно превышающего τ,

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} \to 0$$

(здесь m – масса частицы, v – ее скорость).

Можно убедиться, что время τ будет различным для упомянутых жидкостей, а также и для шариков разного размера в одной и той же жидкости. Если шарик маленький, а жидкость достаточно вязкая, можно считать, что сила сопротивления пропорциональна скорости движения шарика, так что

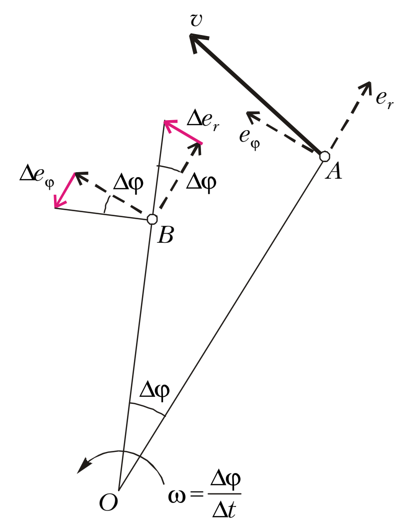
$$\frac{\vec{F}_{\text{сопр}}}{m} = -\beta\,\vec{v}_{\text{отн}}$$

(тут β – коэффициент, который зависит от свойств жидкости и размера шарика). Такие движения называют ползущими, а соответствующую силу – силой Стокса. В этом соотношении подчеркнуто, что имеется в виду скорость шарика относительно жидкости, которая сама тоже может двигаться с некоторой скоростью $\vec{V}$:

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v} - \vec{V}.$$

А что происходит в тумане? Там капельки воды висят в воздухе довольно долго (иногда часами). Но ведь они падают в поле тяготения Земли (сила Архимеда в этом случае пренебрежимо мала: плотность воды на три порядка больше плотности воздуха). Нельзя ли ускорить разделение воздуха и капелек при помощи каких-либо других сил, например центробежной силы инерции? (Напомним, что о силах инерции имеет смысл говорить только в случае неинерциальных систем отсчета.) Эта сила успешно используется, скажем, при разделении масла и простокваши в центрифугах, где исходный продукт – молоко – приводится в быстрое вращение. Конечно, мы не собираемся вращать весь утренний туман над рекой или аэродромом. Такое вращение иногда возникает самостоятельно, например в вихрях, стекающих с крыла самолета при вираже, – их можно наблюдать на Аэрошоу. А можно специально закрутить поток, чтобы избавиться от сконденсировавшейся воды – например, чтобы предварительно осушить рабочий воздух в аэродинамических трубах (эта конденсация часто мешает проведению экспериментов). Или чтобы при помощи центробежной сепарации избавиться от микробов, содержащихся в воздухе.

Итак, рассмотрим силы, возникающие при движении частицы (капельки, пылинки) во вращающейся системе координат (см. рисунок). Тут надо поднапрячься и поработать.



Пусть капелька в некоторый момент времени находится в точке A с радиусом-вектором $\vec{OA}$ относительно центра вращения O. Представим ее скорость $\vec{v}$ в виде проекций на систему единичных векторов, т.е. ортов, $\vec{e}_r$ (радиальный) и $\vec{e}_\varphi$ (тангенциальный):

$$\vec{v} = v_r \cdot \vec{e}_r + v_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Через некоторый отрезок времени Δt капелька окажется в точке B с другим радиусом-вектором $\vec{OB}$. Самое интересное здесь то, что орты $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$ тоже изменятся – конечно, не по величине, поскольку это единичные вектора, а по направлению. Если время Δt мало́, угол поворота $\Delta\varphi$ радиуса-вектора капельки тоже мал (на рисунке для наглядности он изображен большим), и орты приобретут малые приращения $\Delta\vec{e}_r$ и $\Delta\vec{e}_\varphi$. Интересно сразу отметить, что $\Delta\vec{e}_r$ направлено вдоль $\vec{e}_\varphi$, а $\Delta\vec{e}_\varphi$ – против $\vec{e}_r$. Эти приращения легко найти из треугольников с малым углом $\Delta\varphi$ при вершине B:

$$\Delta e_r = e_r \cdot 2\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2},\ \Delta\vec{e}_r = \Delta\varphi \cdot \vec{e}_\varphi,$$

$$\Delta e_\varphi = e_\varphi \cdot 2\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2},\ \Delta\vec{e}_\varphi = -\Delta\varphi \cdot \vec{e}_r.$$