Процесс изображается на pV-диаграмме (см. рисунок) в виде очень маленького прямоугольного треугольника (гипотенуза — не совсем прямая, но отличие от кривой невелико). На участке *1–2* (адиабата)

$$\Delta U_{12} = -A_{12},\ \Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right),\ A_{12} = p\Delta V .$$

Для состояния *1*

$$pV = \nu RT_1 ,$$

для состояния *2*

$$\left(p - \Delta p\right)\left(V + \Delta V\right) = \nu RT_2 .$$

Отсюда получаем

$$p\Delta V = 1{,}5\nu R\Delta T,\ V\Delta p = 2{,}5\nu R\Delta T ,$$

где $\Delta T = T_1 - T_2 = 1$ К. Тогда в состоянии *3*

$$\left(p - \Delta p\right)V = \nu RT_3 ,\ \text{и}$$

$$T_3 = \frac{pV}{\nu R} - \frac{V\Delta p}{\nu R} = T_1 - 2{,}5\Delta T = 497{,}5\ \text{К} .$$

Это и есть минимальная температура в этом цикле.

Найдем теперь КПД цикла. Газ получает тепло только на участке *3–1*. В этом случае

$$Q = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_3\right).$$

Работа в цикле находится по площади треугольника:

$$A = \frac{1}{2}\Delta p\Delta V .$$

Тогда КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{0{,}5\Delta p\Delta V}{1{,}5\nu R\cdot 2{,}5\Delta T} = \frac{0{,}5\cdot p\Delta V\cdot V\Delta p}{1{,}5\nu R\cdot 2{,}5\Delta T\cdot pV} =$$

$$= \frac{0{,}5\cdot 1{,}5\nu R\Delta T\cdot 2{,}5\nu R\Delta T}{1{,}5\nu R\cdot 2{,}5\Delta T\cdot \nu RT_1} = \frac{0{,}5\Delta T}{T_1} = \frac{1}{1000} = 0{,}1\% .$$

З.Циклов

Ф1782. *В упрощенной модели гимназии школьники изображаются цилиндрами одной и той же высоты. Площадь зала для отдыха гимназистов на перемене составляет 200 м^2. На этой площади хаотически расположены 100 десятиклассников диаметром 0,5 м каждый; они практически неподвижны. Пятиклассник половинного диаметра бегает по залу со скоростью 3 м/с. Натыкаясь на десятиклассника, он набивает себе шишку, но после отражения продолжает свое движение. Оцените, сколько шишек он себе набивает за перемену длительностью 15 минут.*

Общая «площадь» старшеклассников составляет $N\cdot \pi D^2/4 \approx 20$ м^2. Это существенно меньше площади зала, поэтому «длина свободного пробега» гимназиста получается достаточно большой (по сравнению с размерами цилиндров). Дальше применим обычное рассуждение: чтобы удар произошел, центр неподвижного цилиндра должен находиться от линии движения не дальше чем на $\left(D + d\right)/2$. Тогда «заметаемая» за время τ площадь равна $v_0\tau\cdot 2\left(D + d\right)/2 = v_0\tau\left(D + d\right)$. На этой площади произойдет

$$N\cdot\frac{v_0\tau\left(D + d\right)}{S} = 100\cdot\frac{3\cdot 15\cdot 60\cdot\left(0{,}5 + 0{,}25\right)}{200} \approx 1000$$

ударов. Ясно, что ответ приближенный, но считать точнее просто не имеет смысла — модель расчета довольно грубая.

М.Учителев

Ф1783. *Два одинаковых точечных заряда Q находятся на расстоянии d друг от друга. Какой потенциал может иметь эквипотенциальная поверхность, если она охватывает оба заряда? Какой потенциал должна иметь такая поверхность, чтобы быть всюду выпуклой?*

Первый вопрос довольно простой. Ясно, что эквипотенциальные поверхности высокого потенциала (около зарядов) охватывают каждый из зарядов «по отдельности». Критической точкой будет середина отрезка, соединяющего заряды, т.е. точка A (рис.1). Потенциал этой точки равен

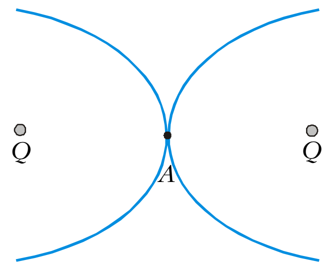

Рис.1

$$\varphi_A = 2k\frac{Q}{0{,}5d} = 4k\frac{Q}{d} .$$

Поверхности меньшего потенциала должны охватывать оба заряда.

Разберемся теперь со вторым вопросом. Рассмотрим точку $Б$ на серединном перпендикуляре к отрезку, соединяющему заряды (рис.2).

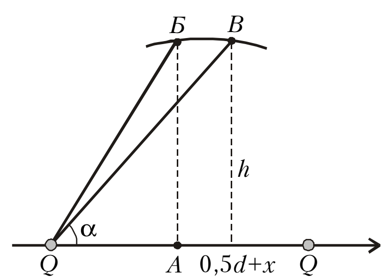

Рис.2

Ясно, что направление поля в точке $Б$ совпадает с направлением этого перпендикуляра. Отойдем теперь на малое расстояние x параллельно линии QQ – в точку $В$. Если эквипотенциальная поверхность в точке $Б$ выпуклая (точка $Б$ — это «критическая» точка), то потенциал в точке $В$ должен быть меньше, чем в точке $Б$. Для нахождения «крайней» поверхности эти потенциалы нужно приравнять. В этом случае полная напряженность в точке $В$ должна быть параллельна $АБ$ (и в точках между $Б$ и $В$ тоже). Так будет, если составляющая напряженности вдоль линии QQ не будет зависеть от x. Отсюда получаем

$$E_{\parallel} = E\cos\alpha =$$

$$= k\frac{Q}{h^2 + \left(0{,}5d + x\right)^2}\frac{0{,}5d + x}{\sqrt{h^2 + \left(0{,}5d + x\right)^2}} = \text{const} .$$

Для малых x (а нас именно такие x и интересуют) выражение можно упростить:

$$E_{\parallel} = \frac{kQ\cdot 0{,}5d\left(1 + \dfrac{2x}{d}\right)}{\left(h^2 + \left(0{,}5d\right)^2\right)^{3/2}\left(1 + \dfrac{dx}{h^2 + 0{,}25d^2}\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{kQ\cdot 0{,}5d}{\left(h^2 + \left(0{,}5d\right)^2\right)^{3/2}}\frac{1 + \dfrac{2x}{d}}{1 + \dfrac{1{,}5dx}{h^2 + 0{,}25d^2}} .$$