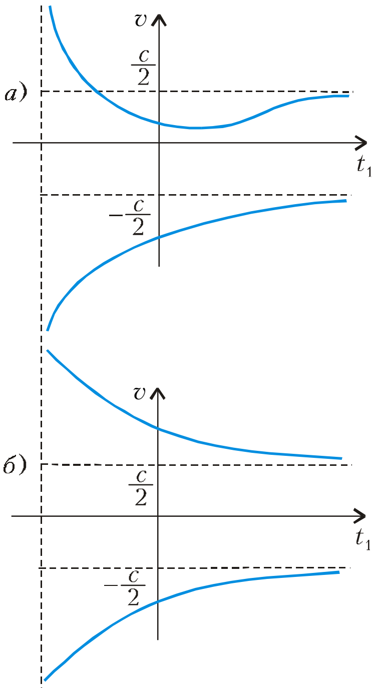


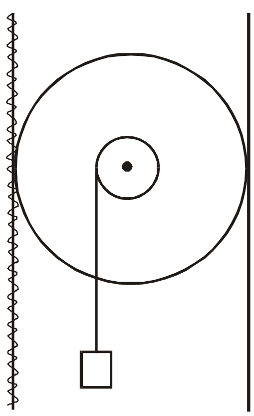
Рис.5

качественные графики зависимостей $v(t)$ и $t_1(t)$ при $-\pi/(2\omega) \le \le t \le +\pi/(2\omega)$, а затем сравним соответствующие моменты времени. Обратите внимание на то, что при $h\omega < c$ и $h\omega > c$ графики $v(t_1)$ выглядят по-разному (см. рис.5,*а* и 5,*б*).

В качестве упражнения читателям предлагается самостоятельно найти минимальную скорость зайчика при $h\omega < c$: она равна $h\omega\Big/\left(1+(h\omega/c)^2\right)$.

В.Шелест

Ф1779. *Две вертикальные параллельные пластины – одна совершенно гладкая, другая очень шероховатая – расположены на расстоянии D друг от друга (см. рисунок). Между ними помещена катушка с внешним диаметром D, вся масса M которой сосредоточена в ее оси. Катушка зажата пластинами так, что может двигаться вниз вращаясь, но не проскальзывая относительно шероховатой пластины. На внутренний цилиндр катушки диаметром d намотана легкая нить, к которой привязан груз массой m. Найдите ускорение этого груза.*



Проскальзывания в точке контакта с шероховатой платиной нет; следовательно, тепло не выделяется. Тогда можно воспользоваться законом сохранения механической энергии.

Найдем связь между скоростью оси катушки и скоростью груза. Для малого угла φ поворота катушки (относительно точки касания с шероховатой пластиной) смещение оси катушки составит

$$\Delta H = \frac{D}{2}\varphi .$$

На внутреннюю часть намотается при этом участок нити длиной $(d/2)\varphi$. С учетом такого укорочения нити смещение груза будет равно

$$\Delta h = \frac{D}{2}\varphi - \frac{d}{2}\varphi = \frac{D-d}{2}\varphi .$$

Видно, что отношение смещений оси катушки и груза получается все время одинаковым — таким же будет отношение их скоростей и ускорений.

Обозначим ускорение оси a, тогда ускорение груза будет $a(D-d)/D$. Будем считать ускорение a постоянным, в этом случае за время τ от начала движения ось катушки опустится на $a\tau^2/2$ и наберет скорость $a\tau$. Для груза, соответственно, смещение будет $a(1-d/D)\tau^2/2$, а скорость $a(1-d/D)\tau$. Из энергетических соображений запишем

$$Mg\frac{a\tau^2}{2} + mg\frac{a(1-d/D)\tau^2}{2} = \frac{M(a\tau)^2}{2} + \frac{m\left(a(1-d/D)\tau\right)^2}{2} .$$

Отсюда находим ускорение оси катушки:

$$a = g\frac{M + m(1-d/D)}{M + m(1-d/D)^2}$$

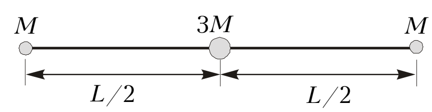
и ускорение груза:

$$a_{\text{гр}} = g\left(1-\frac{d}{D}\right)\frac{M + m(1-d/D)}{M + m(1-d/D)^2} .$$

З.Рафаилов

Ф1780. *В глубоком космосе, вдали от всех тяготеющих масс, находятся три тела малых размеров, массы которых M, M и 3M. Как они могут двигаться, чтобы расстояния между любыми двумя телами оставались все время постоянными и не превышали по величине L?*

Из условия видно, что каждое из тел должно вращаться по окружности вокруг общего центра масс, который может двигаться прямолинейно и равномерно (или покоиться). Из симметрии понятно, что тела должны находиться в вершинах равнобедренного треугольника, при этом должны выполняться условия для суммарных сил — их направления «смотрят» в центр масс, а величины соответствуют равномерному вращению каждого из тел. Первое условие для сил выполняется для двух конфигураций тел — равносторонний треугольник и «три тела в линию». Второе условие выполняется только для линейной конфигурации. (Проверьте оба утверждения самостоятельно.)



Итак (см. рисунок): большое тело имеет нулевое ускорение, а для одного из малых тел суммарная сила равна

$$F = G\frac{M\cdot 3M}{(L/2)^2} + G\frac{M\cdot M}{L^2} = 13G\frac{M^2}{L^2} .$$

Тогда из уравнения

$$F = M\omega^2\frac{L}{2}$$

находим частоту вращения:

$$\omega = \sqrt{\frac{26GM}{L^3}} .$$

Р.Александров

Ф1781. *Порция гелия в циклическом процессе вначале адиабатически расширяется, при этом температура газа уменьшается от 500 К до 499 К, затем сжимается изобарически до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорически до первоначальной температуры. Найдите наименьшее значение температуры в этом цикле, а также КПД цикла.*