

3. Фокусник угадывает поочередно масть всех карт в колоде из 52 карт. После каждого ответа ему сообщают, угадал он или ошибся. Докажите, что существует стратегия, позволяющая угадать не менее 13 карт, и нет стратегии, позволяющей гарантированно угадать больше. (10)

*И.Измestьев*

4. В треугольнике  $ABC$  отмечена точка  $O$  и из нее опущены перпендикуляры  $OA_1$ ,  $OB_1$ ,  $OC_1$  на стороны  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$ . Пусть  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  – вторые точки пересечения прямых  $AO$ ,  $BO$ ,  $CO$  с окружностью, описанной около  $\triangle ABC$ . Докажите, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  подобны. (10)

*А.Заславский*

5. Найдите для каждого натурального  $n > 1$  все функции (не обязательно непрерывные), которые удовлетворяют уравнению  $f(x+y) = f^n(x) + f^n(y)$ . (10)

*Б.Френкин*

6. Будем рассматривать последовательности длины  $n$ , состоящие из  $\pm 1$ . Произведением последовательностей  $\{x_i\}$  и  $\{y_i\}$  назовем последовательность  $\{x_i y_i\}$ . Докажите, что для любых  $k$  различных последовательностей  $s_1, \dots, s_k$  найдется последовательность  $s$  такая, что количество последовательностей, одновременно принадлежащих множествам  $Z = \{s_1, \dots, s_k\}$  и

$sZ = \{ss_1, \dots, ss_k\}$ , не превосходит  $k^2/2^n$ . (10)

*А.Белов, В.Сеидеров*

7. Прямые разбивают верхнюю полуплоскость на многоугольники, диаметр каждого из которых меньше 1, а все стороны больше 0,000001. Докажите, что один из многоугольников можно выдвинуть вниз, не смещая остальные. (10)

*А.Белов*

*Публикацию подготовили  
А.Спивак, Б.Френкин*

# Избранные задачи Московской физической олимпиады

## Первый теоретический тур

8 класс

1. В кубический сосуд емкостью  $V = 3$  л залили  $m = 1$  кг воды и положили  $m = 1$  кг льда. Начальная температура смеси  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ . Под сосудом сожгли  $m_1 = 50$  г бензина, причем доля  $\alpha = 80\%$  выделившегося при этом тепла пошла на нагревание содержимого сосуда. Считая сосуд тонкостенным и пренебрегая теплоемкостью сосуда и тепловым расширением, найдите уровень воды в сосуде после нагрева. Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг, удельная теплота испарения воды  $r = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг $\cdot$ °C), плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота сгорания бензина  $q = 4,6 \cdot 10^7$  Дж/кг. Считать, что дно сосуда горизонтально.

*Ю.Старокуров*

2. Груз неизвестной массы взвешивают, уравновесив его гирькой известной массы  $M$  на концах тяжелого прямого коромысла. При этом равновесие достигается, когда точка опоры коромысла смещается от середины на  $x = 1/4$  его длины в сторону гирьки. В отсутствие же груза на втором плече коромысла остается в равновесии при смещении его точки опоры от середи-

ны в сторону гирьки на  $y = 1/3$  его длины. Считая коромысло однородным по длине, найдите массу взвешиваемого груза  $m$ .

*В.Птушенко*

3. Два одинаковых сообщающихся сосуда наполнены жидкостью плотностью  $\rho_0$  и установлены на горизонтальном столе. В один из сосудов кладут маленький груз массой  $m$  и плотностью  $\rho$ . На сколько будут после этого отличаться силы давления сосудов на стол? Массой гибкой соединительной трубки с жидкостью можно пренебречь.

*О.Шведов*

9 класс

1. Две материальные точки 1 и 2 и точечный источник света  $S$  совершают равномерное прямолинейное движение по горизонтальной плоскости. Тени

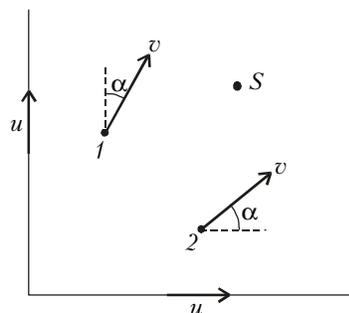


Рис. 1

от материальных точек движутся со скоростями, равными  $u$ , вдоль вертикальных стенок, которые перпендикулярны друг другу (рис.1). Скорости материальных точек равны  $v = 2u/\sqrt{3}$  и направлены под углом  $\alpha = 30^\circ$  к соответствующим стенкам. Чему равна и куда направлена скорость источника  $S$ ?

*О.Шведов*

2. Автомобиль проехал по пятикилометровому участку дороги. Специаль-

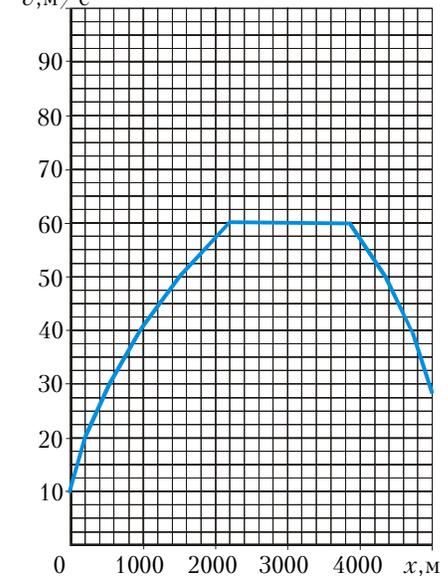


Рис. 2