

Рис.2

окружностей не превосходит $2 - \sqrt{2}$ и достигает этого числа лишь тогда, когда стороны вписанного четырехугольника параллельны диагоналям квадрата.

В.Произволов

M1778*. На доске написано комплексное число $1 + i$. Разрешается любое число раз и в любом порядке проделывать следующие три операции:

- 1) стереть любое число $a + bi$ и записать взамен два числа, равных $(a + 1) + bi$;
- 2) стереть любое число $a + bi$ и записать взамен три числа: $(a + 1) + bi$, $a + (b + 1)i$ и $(a + 1) + (b + 1)i$;
- 3) стереть любое число $a + bi$ и записать взамен четыре числа, два из которых равны $a + (b + 1)i$, а два других равны $(a + 1) + (b + 1)i$.

После нескольких таких операций оказалось, что модули всех написанных чисел больше 3. Докажите, что среди чисел есть два одинаковых.

И.Воронович, И.Акулич

M1779. Найдите все многочлены f

- а) такие, что $f(x) + f(y) = f(x + y)$;
- б) такие, что $af(x) = f(2001x)$, где a – некоторое число;
- в) такие, что $af(x) + bf(y) = f(cx + dy)$, где a, b, c, d – некоторые числа.

В.Сендеров

M1780*. Каждая точка сферы окрашена в красный или синий цвет. Докажите, что найдутся три одноцветные точки, которые являются вершинами равностороннего треугольника.

В.Произволов

Ф1778. Человек, стоящий на большом расстоянии h от длинной ровной стены, освещает ее лучом фонарика, вращая фонарик в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью ω . Как зависит от времени скорость светового пятна, бегущего по стене, с точки зрения этого человека? Нарисуйте график этой зависимости.

В.Шелест

Ф1779. Две вертикальные параллельные пластины – одна совершенно гладкая, другая очень шероховатая – расположены на расстоянии D друг от друга (рис.3). Между ними помещена катушка с внешним диаметром D , вся масса M которой сосредоточена в ее оси. Катушка зажата пластинами так, что может двигаться вниз вращаясь, но не проскальзывая относительно шероховатой пластины. На внутренний цилиндр катушки диаметром d намотана легкая нить, к которой привязан груз массой m . Найдите ускорение этого груза.

Рис.3

З.Рафаилов

Ф1780. В глубоком космосе, вдали от всех тяготеющих масс, находятся три тела малых размеров, массы которых M , M и $3M$. Как они могут двигаться, чтобы расстояния между любыми двумя телами оставались все время постоянными и не превышали по величине L ?

Р.Александров

Ф1781. Порция гелия в циклическом процессе вначале адиабатически расширяется, при этом температура газа уменьшается от 500 К до 499 К, затем сжимается изобарически до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорически до первоначальной температуры. Найдите наименьшее значение температуры в этом цикле, а также КПД цикла.

З.Циклов

Ф1782. В упрощенной модели гимназии школьники изображаются цилиндрами одной и той же высоты. Площадь зала для отдыха гимназистов на перемене составляет 200 м^2 . На этой площади хаотически расположены 100 десятиклассников диаметром 0,5 м каждый; они практически неподвижны. Пятиклассник половинного диаметра бегаёт по залу со скоростью 3 м/с. Натякаясь на десятиклассника, он набивает себе шишку, но после отражения продолжает свое движение. Оцените, сколько шишек он себе набивает за перемену длительностью 15 минут?

М.Учителев

Ф1783. Два одинаковых точечных заряда Q находятся на расстоянии d друг от друга. Какой потенциал может иметь эквипотенциальная поверхность, если она охватывает оба заряда? Какой потенциал должна иметь такая поверхность, чтобы быть всюду выпуклой?

С.Кротов

Ф1784. Батарейки напряжениями 3 В, 6 В и 9 В соединены «минусами», а положительные их выводы свободны – такое соединение называют «звездой». К ним подключают «звезду» из резисторов сопротивлениями 100 Ом, 100 Ом и 200 Ом, как показано на рисунке 4. Что покажет вольтметр с большим сопротивлением, если его

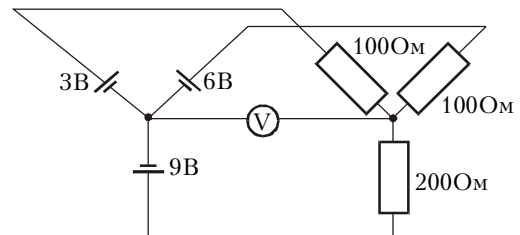


Рис.4

включить между общими точками «звезд»? Заменяем вольтметр амперметром, имеющим очень малое сопротивление. Что он покажет? Заменяем амперметр резистором, имеющим сопротивление 17 Ом. Какой ток через него потечет?

Р.Схемов

Ф1785. Три одинаковых конденсатора емкостью $C = 1000 \text{ мкФ}$ каждый, ключ и два резистора сопротивлениями $r = 10 \text{ Ом}$ и $R = 10 \text{ кОм}$ собраны в схему, приведенную на рисунке 5. Один из конденсаторов заряжен до напряжения U_0 . Замкнем ключ. Какое количество теплоты выделится за первую секунду в резисто-