силу собрать всю многочисленную переписку Ферма. Эту работу проделал старший сын Ферма, Самюэль. Он, несомненно, унаследовал способности отца, но не математические. Самюэль был юристом и поэтом, имя которого осталось в истории французской литературы, и – благодаря публикации трудов П. Ферма – в истории математики.

Сначала Самюэль обратился к тому диофантовой «Арифметики», на полях которого Ферма оставил множество замечаний. Издание (1670) так и называлось «Шесть книг арифметики александрийца Диофанта с комментариями К.Г.Баше и замечаниями П. де Ферма, тулузского сенатора». Затем (1679) он опубликовал «Различные сочинения», где собрал важнейшие результаты Ферма, содержавшиеся в его переписке с другими учеными. На этих результатах мы остановимся чуть позже, а пока скажем несколько слов об упоминавшейся «Арифметике» древнегреческого математика Диофанта.

Написанная в III в. новой эры, она содержала так много новых для своего времени идей, что не была воспринята современниками Диофанта. Как и многие научные сочинения древности, она надолго оказалась забытой. Только в XVI в. были обнаружены 6 уцелевших книг из 13, составлявших «Арифметику», а в 1621 г. их перевел и снабдил комментариями французский математик и поэт Баше де Мезириак. Одним из первых по достоинству оценил этот труд Ферма. Изучая его, Ферма оставил на полях книги ряд бесценных замечаний, которые легли в фундамент новой области математики – теории чисел. Но не с этой книги начался его интерес к математике.

Аналитическая геометрия

Первая работа Ферма была посвящена «восстановлению» двух утерянных книг древнегреческого математика Аполлония «О плоских местах». Сведения о содержании этих книг имелись в трудах более позднего греческого математика Паппа. Под плоскими местами древние понимали лишь те геометрические места на плоскости, которые можно построить с помощью циркуля и линейки. Прямая и окружность именовались плоскими линиями, конические сечения (эллипс, гипербола, парабола) считались пространственными линиями, поскольку для их задания надо иметь конус. Свойства кривых древние греки формулировали на геометрическом языке, используя отношения длин отрезков или сравнивая площади фигур, связанных с этими кривыми. С появлением в конце XVI в. в трудах французского математика Ф.Виета буквенных обозначений стало возможным описать эти свойства на языке алгебры. Эта идея захватила Ферма, по-видимому, уже в 1629 г. А в 1636 г. он посылает Мерсенну сочинение «Введение в теорию плоских и пространственных мест» – первое в мире изложение аналитической геометрии – раздела математики, сплавившего геометрию и алгебру на основе введения системы координат.

В привычном нам виде системы координат у Ферма не было: на плоскости выбиралась прямая, на которой отмечались отрезки, соответствующие одной переменной, под некоторым углом (чаще прямым) проводились другие отрезки, длины которых выражали вторую переменную. Алгебраическая зависимость между этими переменными определяла кривую. Ферма выяснил, что уравнения первой степени задают прямую, второй степени – конические сечения, указал на возможность введения пространственных координат. А в работе «Введение в изучение поверхностных мест» (1643) он рассмотрел поверхности второго порядка.

В 1637 г. французский математик и философ Р.Декарт издал свою знаменитую «Геометрию», где независимо от Ферма выступил творцом аналитической геометрии. Надо признать, что у Ферма она введена более систематично. Тем не менее основное влияние на развитие математики оказала «Геометрия» Декарта. В первую очередь это объясняется возможностью большого количества читателей познакомиться с ней, тогда как о работе Ферма знал ограниченный круг ученых. Кроме того, Декарт ввел более удачные обозначения, настолько удачные, что мы ими пользуемся и поныне. Вообще, в своей «Геометрии» Декарт выступил больше как алгебраист, в то время как Ферма тяготел к геометрии древних.

Создание аналитической геометрии в корне преобразовало математику, создало «питательную среду» для ее развития. Именно благодаря ей математика стала математикой переменных величин, и вскоре вслед за этим появилось дифференциальное и интегральное исчисление. Это исчисление выросло из решения двух типов задач: с одной стороны – нахождение экстремумов функций и проведение касательных к кривым; с другой стороны – вычисление площадей фигур, объемов тел и длин кривых.

Математический анализ

Одновременно с изучение уравнений кривых Ферма заинтересовался проблемой нахождения экстремума функции, и в 1629 г. он сообщает Робервалю об открытии им соответствующего метода. Позднее (1638) он изложил его вместе с правилом проведения касательных к кривым в работе «Метод отыскания наибольших и наименьших значений», посланной Мерсенну. Идея метода отыскания экстремума функции основывается на том факте, что вблизи экстремума изменение функции наименьшее. Это подметил еще в XIV в. французский ученый Н.Оресм, а через два с половиной столетия немецкий астроном и математик И.Кеплер писал (1615): «по обе стороны от места наибольшего значения убывание вначале нечувствительно». Никто из ученых не обратил на этот факт внимания. Лишь Ферма сумел отсюда сделать вывод о возможности приравнивания значений функции в малой окрестности точки экстремума и разработать на этом пути способ отыскания экстремумов. Прежде чем описывать сам метод, разберем его на конкретной задаче, взятой из указанной работы. Обозначения мы будем использовать современные.

Ферма формулирует задачу так: «Прямую AB требуется так разделить в C, чтобы прямоугольник ACB был наибольшим». Если обозначить длины отрезков AB и AC через a и x, то задача сводится к нахождению такого значения x, при котором площадь $S(x) = x(a - x)$ принимает максимальное значение. Для этого Ферма дает приращение h аргументу x, в результате площадь становится равной $S(x + h) = (x + h)(a - x - h)$. Если x – точка максимума функции $S(x)$, то, следуя наблюдению Кеплера, площади $S(x)$ и $S(x + h)$ можно приравнять; получаемое равенство Ферма назвал «вымышленным».