

Определите расстояние  $f$  от изображения точки до линзы.

Вариант 2

(факультет информационной безопасности)

1. Пуля, летящая со скоростью  $v_0$ , ударяет в массивную неподвижную стену и проникает в нее на глубину  $s$ . С каким ускорением  $a$  двигалась пуля внутри стены? Движение пули в стене считать прямолинейным и равнопеременным.

2. Санки массой  $m$  съезжают без начальной скорости с горки высотой  $H$  по кратчайшему пути и приобретают у подножия горки скорость  $v$ . Какую минимальную работу  $A$  необходимо совершить, чтобы втащить санки на горку от ее подножия, прикладывая силу вдоль плоской поверхности горки?

3. ЭДС аккумулятора  $\mathcal{E}$ , внутреннее сопротивление  $r$ . Определите разность потенциалов  $U$  на зажимах аккумулятора, если внешняя цепь потребляет мощность  $P$ .

4. В запаянной трубке объемом  $V = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  находится водяной пар при давлении  $p_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ Па}$  и температуре  $T_1 = 423 \text{ К}$ . Какая масса  $m$  воды сконденсируется в трубке при ее охлаждении до температуры  $T_2 = 295 \text{ К}$ ? Давление насыщенного водяного пара при температуре  $T_2$  равно  $p_2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$ . Объемом жидкости по сравнению с объемом трубки можно пренебречь. Молярная масса воды  $M = 0,018 \text{ кг/моль}$ , универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ .

5. На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке на главной оптической оси, отстоящей от линзы на  $L$ . Если линзу убрать, точка пересечения лучей переместится на  $l$  по направлению к месту, где располагалась линза. Каково фокусное расстояние  $F$  линзы?

Вариант 3

(факультет прикладной математики)

1. Пуля, летящая со скоростью  $v_0$ , ударяет в массивную неподвижную стену и проникает в нее на глубину  $s$ . Сколько времени  $t$  двигалась пуля внутри стены? Движение пули в стене считать прямолинейным и равнопеременным.

2. На доске, наклоненной к горизонту под углом  $\alpha$ , покоится ящик массой  $m$ . Чтобы передвинуть ящик вниз на расстояние  $L$ , прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, надо совершить

минимальную работу  $A$ . Какую минимальную работу  $A'$  потребуется совершить, прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, чтобы вернуть по доске этот ящик на прежнее место?

3. При подключении лампочки к аккумулятору с ЭДС  $\mathcal{E}$  напряжение на лампочке равно  $U$ , а сила тока составляет  $I$ . Чему равно внутреннее сопротивление  $r$  аккумулятора?

4. Пространство в цилиндре под поршнем объемом  $V_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  занимает насыщенный водяной пар при температуре  $T = 373 \text{ К}$ . Найдите массу  $m$  воды, образовавшейся в результате изотермического уменьшения объема пара до  $V = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Давление насыщенного водяного пара при температуре  $T$  равно  $p_n = 10^5 \text{ Па}$ . Молярная масса воды  $M = 0,018 \text{ кг/моль}$ , универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ .

5. На пути сходящегося пучка света перпендикулярно его оси симметрии поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F$ , в результате чего лучи пересеклись на главной оптической оси на расстоянии  $L$  от линзы. Линзу убрали. На каком расстоянии  $s$  от места, где располагалась линза, пересекутся лучи?

Публикацию подготовили  
А.Леденев, В.Кириллов, А.Пичкур

Московский государственный  
технический университет  
им.Н.Э.Баумана

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Слесарь, работая вместе с учеником, собирался выполнить некоторый заказ за 30 дней. После шести дней совместной работы ученик уволился, и слесарь, работая еще 40 дней, закончил выполнение заказа. За сколько дней слесарь, работая один, может выполнить этот заказ?

2. Решите уравнение

$$2 \cos^2 x + 3\sqrt{3} \sin|x| = 5.$$

3. Решите уравнение

$$\log_4(20x - 34) = 2 + \log_2(5 - x).$$

4. Решите неравенство

$$(x - 1)\sqrt{3 + 2x - x^2} < 0.$$

5. Стороны  $OA$  и  $OB$  треугольника  $OAB$  лежат на графике функции  $y = |x| - x$ , а на стороне  $AB$  лежит точка  $M(0; 1)$ . Каким должен быть угловой

коэффициент в уравнении прямой  $AB$ , чтобы площадь треугольника  $OAB$  была наименьшей? Найдите эту площадь.

6. Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x + y) = 1 + \log_2 x, \\ (x - a)^2 + (y - x - a)^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение. Найдите это решение при каждом  $a$ .

7. Через диагональ прямоугольного параллелепипеда и точку, лежащую на боковом ребре, не пересекающем эту диагональ, проведена плоскость так, чтобы площадь сечения параллелепипеда этой плоскостью была наименьшей. Найдите стороны основания параллелепипеда, если известно, что диагонали сечения равны 6 и  $2\sqrt{3}$ , а угол между ними  $30^\circ$ .

Вариант 2

1. За три часа один лыжник прошел на 2,5 км больше другого, так как один километр он проходил на одну минуту быстрее. За сколько минут каждый лыжник проходил один километр?

2. Решите уравнение

$$1 + \cos 2x = \sqrt{2} \sin x.$$

3. Решите уравнение

$$3 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 2^{3-\sqrt{x}} = 25.$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\lg(4x^2 - 12x + 9)}{\lg x} < 2.$$

5. Каким должен быть угловой коэффициент прямой, проходящей через начало координат, чтобы расстояние между ее точками пересечения с графиком функции

$$f(x) = 0,25x^2 + 2x - 1$$

было наименьшим? Найдите это расстояние.

6. Определите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$5(x - 1)^2 = a(5 - |x| - x)$$

имеет два различных корня. Укажите эти корни при каждом из найденных значений  $a$ .

7. В сферу с площадью  $S$  вписан прямоугольный параллелепипед. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через его диагональ, если эта плоскость образует угол  $30^\circ$  с одной диагональю основания, параллельна другой диагонали основания и наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .

Публикацию подготовил Л.Паршев