

Материалы вступительных экзаменов 2000 года

Институт криптографии, связи и информатики Академии ФСБ

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультет прикладной математики)

1. В сосуд емкостью 6 л налито 4 л 70%-го раствора серной кислоты; во второй сосуд той же емкости налито 3 л 90%-го раствора серной кислоты. Сколько литров раствора нужно перелить из второго сосуда в первый, чтобы в нем получился $r\%$ -й раствор серной кислоты? Найдите все r , при которых задача имеет решение.

2. При всех значениях параметра a определите количество решений уравнения

$$|x^2 - 2x - 3| = a.$$

3. Решите уравнение

$$\log_{\text{ctg } x}(3 + 2 \cos 2x + 2 \cos 4x) = 0.$$

4. Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\pi-0,1}}(|x| - x^2 + 7) \leq 0.$$

5. Из точки сферы радиуса R проведены три хорды одинаковой длины. Углы между всеми хордами равны α . Найдите длину хорд.

Вариант 2

(факультет информационной безопасности)

1. Автомобиль едет из пункта A в пункт B . От пункта A до пункта C , расположенного между A и B , он едет со скоростью 48 км/ч. В пункте C он уменьшает свою скорость на a км/ч и с этой скоростью едет $1/3$ пути от C до B . Оставшуюся часть пути от C до B он едет со скоростью, которая на $2a$ км/ч превышает первоначальную скорость автомобиля. При каком значении a автомобиль быстрее всего проделает путь от C до B ?

2. Решите уравнение

$$|xy - y - x - c| + |x^2 y^2 + x^2 y + xy^2 + xy - 72| = 0,$$

где

$$c = (\sqrt{57} + 3\sqrt{6} + \sqrt{38} + 6) \times (\sqrt{57} - 3\sqrt{6} - \sqrt{38} + 6).$$

3. Решите уравнение

$$\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}.$$

4. Решите уравнение

$$3^{|x|} = 5^{x^2+3x+1}.$$

5. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) точка M делит диагональ AC пополам, а точка K делит сторону CD в отношении $1 : 3$ ($ЗСК = KD$). Найдите отношение площади треугольника MKD к площади трапеции $ABCD$, если $AD = 4BC$.

Вариант 3

(факультет специальной техники)

1. Найдите натуральное число n , удовлетворяющее уравнению

$$\frac{n-1}{n} + \frac{n-2}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \left(4 + 5,5 + 7 + \dots + \frac{8+3n}{2}\right) = 62.$$

2. Решите уравнение

$$\left|2 + \frac{x}{9}\right|^{\log_3 \frac{18+x}{9}} = 61 + c,$$

где

$$c = \left(26,7 - 13\frac{1}{5}\right) : 1,8 + 0,125 \cdot \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) + 22 \cdot \frac{3}{5,5}.$$

3. Решите уравнение

$$\text{tg}\left(\frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \sin^2 x - (\sqrt{3} + 1) \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0.$$

4. Решите неравенство

$$\sqrt{x^2 - 32x + 112} > x^2 - 2x - 8.$$

5. Боковые ребра треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 30° . Основание пирамиды — треугольник со сторонами 2, 3, $\sqrt{3}$. Найдите объем пирамиды.

ФИЗИКА

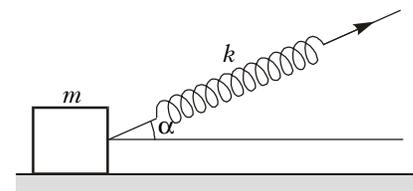
Письменный экзамен

Вариант 1

(факультет специальной техники)

1. Тело, брошенное вертикально вверх из точки, расположенной на высоте H над поверхностью земли, упало на землю через промежуток времени t . Найдите начальную скорость тела v_0 .

2. Брусок массой m покоится на горизонтальной плоскости (см. рисунок). К нему прикреплена недеформи-



рованная пружина жесткостью k . Какую работу A нужно совершить, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в направлении, составляющем угол α с горизонтом? Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ .

3. От источника с ЭДС E и внутренним сопротивлением r протянута к потребителю двухпроводная линия электропередачи длиной l . Каково сопротивление ρ участка провода линии электропередачи единичной длины, если мощность потребителя P и он рассчитан на напряжение U ? Сечение провода линии электропередачи одинаково по всей его длине.

4. В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью $\phi_1 = 80\%$ при температуре $T_1 = 300$ К. Объем воздуха $V_1 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м³. Какой станет влажность ϕ_2 , если объем воздуха уменьшить до $V_2 = 0,37 \cdot 10^{-3}$ м³, а температуру повысить до $T_2 = 373$ К? Давление насыщенного водяного пара равно $p_1 = 3500$ Па при температуре T_1 и $p_2 = 100000$ Па при температуре T_2 .

5. Светящаяся точка лежит на главной оптической оси рассеивающей линзы на расстоянии $d = 12$ см от нее. Фокусное расстояние линзы $|F| = 8$ см.