

(Начало см. на с. 31)

газ получал тепло, а при $V^{\&} < V < V_2$ отдавал.

Сравнивая выражения (2) и (3), видим что $V' < V^{\&}$, откуда сразу можно сделать вывод: сообщение газу некоторого количества теплоты не означает, что газ будет обязательно нагреваться, т.е. что его температура будет повышаться. Так, при $V' < V < V^{\&}$ газу сообщают тепло, а температура его уменьшается.

Количество теплоты, полученное газом при увеличении его объема от начального V_n до конечного V_k можно найти по формулам

$$Q = Q(V_k) - Q(V_n) \text{ при } V_n < V_k \leq V^{\&}$$

или

$$Q = Q(V^{\&}) - Q(V_n) \text{ при } V_n < V^{\&} \leq V_k.$$

Соответственно, количество теплоты, отданное газом, будет равно

$$Q = Q(V^{\&}) - Q(V_k) \text{ при } V_n \leq V^{\&} < V_k$$

или

$$Q = Q(V_n) - Q(V_k) \text{ при } V^{\&} \leq V_n < V_k.$$

Рассмотрим теперь несколько конкретных задач, связанных с этой ситуацией.

Задача 1 (2.53 [1]). На pV -диаграмме изображен процесс расширения газа, при котором он переходит из состояния 1 с давлением p и объемом V в состояние 2 с давлением $p/2$ и объемом $2V$. Найдите количество теплоты Q , которое сообщили этому газу. Линия 1–2 – отрезок прямой.

(Ответ: $Q = 3pV/4$.)

Сопоставляя данные задачи с анализом ситуации, проведенным выше, имеем: $p_1 = p$, $p_2 = p/2$, $V_1 = V$, $V_2 = 2V$. Тогда $a = -p/(2V)$, $b = 3p/2$, $V^{\&} = 15V/8$ и $Q(V^{\&}) = 49pV/64 > 3pV/4$.

Итак, правильный ответ: $Q = 49pV/64$, если газ считать одноатомным.

Задача 2 (2.127 [2], VII.4 [3]). Один моль идеального газа переводят из

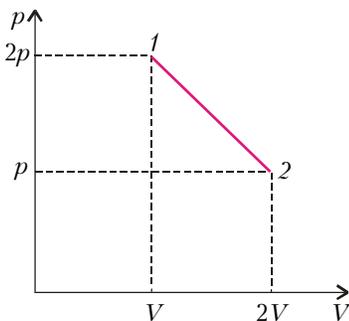


Рис. 2

состояния 1 в состояние 2 (рис.2). Определите, какое количество теплоты газ получает при нагревании и какое при охлаждении.

(Ответ: $Q_1 = 5pV/4$, $Q_2 = pV/4$.)

В этой задаче $p_1 = 2p$, $p_2 = p$, $V_1 = V$, $V_2 = 2V$. Значит, $a = -p/V$, $b = 3p$. Так как нагревание – это повышение температуры газа, то $Q_1 = Q(V')$, где $V' = 3V/2$. После преобразований имеем $Q_1 = 5pV/4$.

Соответственно, $Q_2 = Q(V^{\&}) - Q(V')$, так как на участке $V' < V < V_2$ газ охлаждается, но тепло получает лишь на части этого участка $V' < V < V^{\&}$. Поскольку $V^{\&} = 15V/8$, то $Q(V^{\&}) = 49pV/32$. Тогда, $Q_2 = 49pV/32 - 5pV/4 = 9pV/32 > pV/4$.

Таким образом, правильный ответ к этой задаче: $Q_1 = 5pV/4$, $Q_2 = 9pV/32$. При расчетах газ принят за одноатомный.

Задача 3 (5.5.10 [4], 9.30 [5]). Нижний конец вертикальной узкой трубки длиной $2L$ запаян, а верхний конец открыт в атмосферу (рис.3,а). В

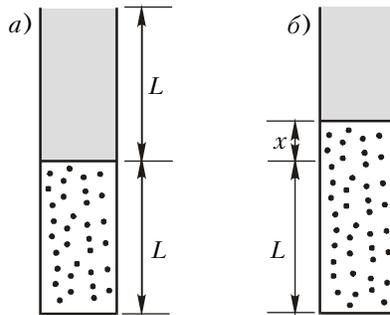


Рис. 3

нижней половине трубки находится газ при температуре T_0 , а верхняя ее половина заполнена ртутью. До какой минимальной температуры надо нагреть газ в трубке, чтобы он вытеснил всю ртуть? Внешнее давление, выраженное в миллиметрах ртутного столба, равно L .

(Ответ: $9T_0/8$.)

Казалось бы, какое отношение имеет эта задача к теме статьи? Оказывается, самое прямое. Дело в том, что это – реальное устройство, позволяющее провести рассмотренный в статье процесс.

Выделим некоторый объем газа высотой x (рис.3,б). Он находится под давлением столба ртути высотой $L - x$ и внешним давлением $p_0 = \rho gL$, где ρ – плотность ртути. В соответствии с законом Паскаля давление газа равно $p = \rho g(2L - x)$. Пусть площадь внутреннего поперечного сечения трубки

S , тогда объем газа $V = S(L + x)$, откуда $x = V/S - L$. Учитывая, что $SL = V_0$ – начальный объем газа, запишем $x = VL/V_0 - L$. Тогда $p = (-p_0/V_0)V + 3p_0$, что совпадает с (1) при $a = -p_0/V_0 < 0$ и $b = 3p_0 > 0$. В итоге получаем, что искомая температура будет достигнута при $V' = 3V_0/2$ и равна $T = 9p_0V_0/(4vR)$. Выразив v из уравнения $2p_0V_0 = vRT_0$ для исходного состояния газа, имеем $T = 9T_0/8$.

Казалось бы, это совпадает с приведенным ответом. Но из анализа ситуации мы узнали, что достижение определенной температуры системой в некоторых процессах вовсе не дает гарантии, что желаемый процесс произойдет, в нашем случае – что ртуть выльется. Главное условие вытеснения ртути из трубки – сообщение газу количества теплоты $Q = 49p_0V_0/32$ (анализ задачи 2, если газ считать одноатомным), а не нагревание его до температуры T . Если в момент достижения максимальной температуры прекратит подвод тепла, газ не сможет совершить работу по расширению только за счет убыли внутренней энергии (предоставляем возможность читателям убедиться в этом самостоятельно).

Вывод: данная задача поставлена некорректно. Необходимо требовать либо нахождения максимальной температуры, достигаемой газом в этом процессе (которую и давал ответ к этой задаче), либо нахождения количества теплоты, необходимого для вытеснения ртути из трубки, указав, что в трубке находится, например, одноатомный газ, а площадь внутреннего поперечного сечения трубки S . В этом случае, учтя выражения для p_0 и V_0 , получим $Q = 49\rho gL^2S/32$.

Задача 4 (6 [6]). Один моль идеального одноатомного газа расширяется по закону, изображенному на графике зависимости давления от объема прямой линией (рис.4). Найдите максимальную температуру газа в этом процессе. На каком участке газ получает тепло, а на каком отдает?

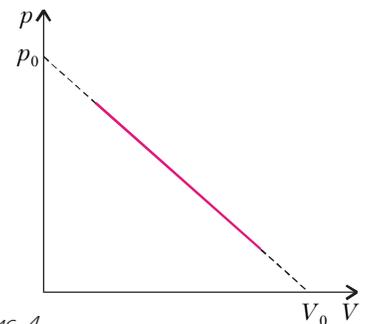


Рис. 4