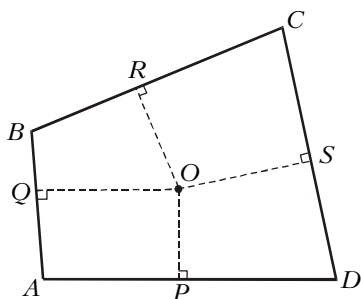


Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы завершаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков.

16. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ нашлась такая точка O , что основания перпендикуляров P , Q , R , S разбивают стороны четырехугольника на части,



удовлетворяющие неравенствам $DP \geq PA$; $AQ \geq QB$; $BR \geq RC$; $CS \geq SD$. Докажите, что точка O – центр описанной около четырехугольника $ABCD$ окружности.

В.Произволов

17. Существует ли такое натуральное число n , что последовательность чисел $n + 1$, $2n + 1$, $3n + 1$, $4n + 1$, ... не содержит полных кубов?

В.Сендеров, А.Спивак

18. Два жадных медвежонка нашли килограммовую головку сыра и попросили лису поделить ее поровну.

Лиса сначала разломала сыр на две неравные части, а затем откусила от одной из частей (не обязательно большей) половину. Так как части после этого все-таки остались неравными, лиса снова откусила от одной из частей половину, и так далее. Лишь после десятого откусывания части сравнялись, но на долю медвежат досталось меньше 20 граммов сыра.

Обиженные медвежата потом жаловались, что части можно было бы уравнивать, откусывая по половине от какой-либо части не больше трех раз (а вовсе не десять!). Правы ли они?

И.Акулич

19. В строку записано несколько чисел. Разрешается выбрать пару рядом стоящих чисел, в которой левое число больше правого, поменять оба числа местами и умножить оба на 2. Докажите, что рано или поздно перестановки прекратятся.

А.Шаповалов

20. Начав с угла, пьяный король обошел все клетки шахматной доски 5×5 по разу и вернулся на исходное поле, ни разу не сделав двух ходов подряд в одном направлении. Центры соседних полей его маршрута последовательно соединили отрезками. Докажите, что получилась самопересекающаяся ломаная.

А.Шаповалов