Физика 9—11

Публикуемая ниже заметка «Удивительная бутылка» предназначена девятиклассникам, заметка «Как в землю казан закопали» – десятиклассникам и «Изотопные источники энергии» – одиннадцатиклассникам.

Удивительная бутылка

Е.РОМИШЕВСКИЙ

Много загадочных физических явлений связано с обыкновенной стеклянной бутылкой и содержащейся в ней жидкостью. Например, можно спросить себя или друзей: как быстрее наполнить или опорожнить бутылку; как интереснее ее утопить или извлечь из нее плотную пробку? Сейчас мы рассмотрим несколько необычную проблему: как разбить такую бутылку с жидкостью голыми руками (не используя каких-либо других физических тел), при этом, естественно, не поранив руки?

Вообразим такой эксперимент. Возьмем для конкретности обычную поллитровую бутылку, имеющую форму двух цилиндров – основной части и горлышка. Масса пустой бутылки приблизительно равна $m_б$ = 0,5 кг. Нальем в нее воды столько, чтобы почти полностью заполнить основную цилиндрическую часть. При этом масса воды будет такой же, как и бутылки: $m_в$ = 0,5 кг. Одной рукой возьмем бутылку за горлышко и поместим ее над пустым открытым ведром. Затем, размахнувшись, резко ударим по горлышку мягкой подушкой ладони… Дно бутылки и ее нижняя часть вместе с водой окажутся в ведре, а верхняя часть бутылки с охватываемым горлышком – в сухой руке. Весьма эффектное зрелище!

Теперь попробуем все это осмыслить и сделать количественные оценки.

Главным результатом опыта является разбитое стекло, имеющее довольно большую толщину (порядка нескольких миллиметров). Чтобы разбить такое стекло, нужно создать довольно большие силы. Откуда они берутся?

Представим себе письменный стол, покрытый толстым прозрачным стеклом. Пусть на стекле лежит стальной упругий шарик массой 100 г. На шарик действуют две силы: сила притяжения $m\vec{g}$, приложенная в центре шарика, и сила реакции поверхности стола $\vec{F}_р$, равная силе притяжения по величине, но противоположно направленная и приложенная в месте касания поверхностей шарика и стола. Непосредственно к поверхности стекла в том же месте касания приложена сила давления $\vec{F}_д$ со стороны шарика, равная (согласно третьему закону Ньютона) по величине силе реакции, но противоположная ей по направлению. Таким образом, в месте касания на стекло действует сила давления

$$F_д = F_р = mg = 0{,}1\ кг \cdot 10\ м/с^2 = 1\ Н.$$

Этой силы явно недостаточно, чтобы разрушить стекло на столе. Однако, если шарик поднять над поверхностью стола сантиметров на двадцать и отпустить, то он, ударившись, несомненно разобьет стекло.

Рассмотрим процесс подробнее. Направим ось Y вверх над поверхностью стекла и изобразим графически зависимости ускорения, скорости и высоты шарика от времени (рис.1). Особенно выделим отрезок времени удара τ, в течение которого шарик взаимодействует со стеклом. Как известно, при свободном падении ускорение шарика $a_y = -g$, скорость $v_y = -gt$ и высота $y = h_0 - gt^2/2$. Для рассматриваемого случая h_0 = 20 см, время падения $t_1 = \sqrt{2h_0/g}$ = 0,2 с, максимальная скорость $v_{max} = gt_1 = \sqrt{2gh_0}$ = = 2 м/с.

Оценим время τ соударения шарика с поверхностью стекла. Разрушение стекла наступает при некоторой величине деформации его поверхности в месте контакта. На основании опытных данных можно принять в качестве такой величины δ = 0,1 мм = 10^{-4} м. Значение скорости за время удара изменяется от v_{max} до нуля, откуда время удара $\tau = \delta/(v_{max}/2) = 10^{-4}$ с (здесь считается, что скорость линейно падает со временем). Мы получили, что τ приблизительно в тысячу раз меньше времени падения t_1. Легко понять, что два заштрихованных прямоугольника на рисунке 1,*а* имеют одну и ту же площадь, равную

$$v_{max} = gt_1 = \sqrt{2gh_0}\ .$$

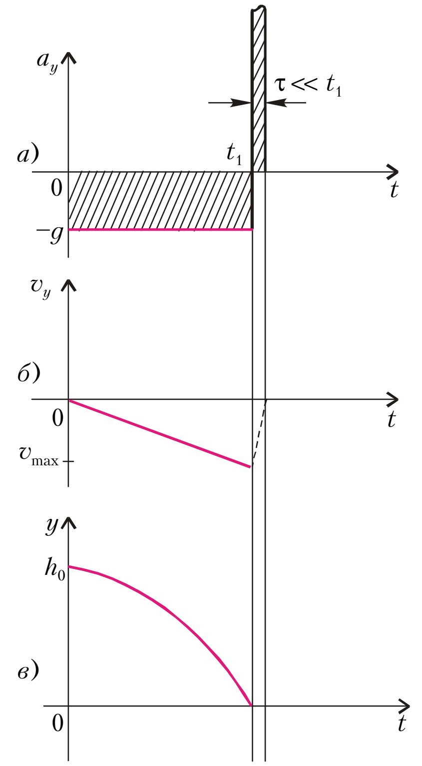

Рис. 1

Изменение скорости в течение времени τ (мы имеем в виду абсолютно неупругий удар, потому что стекло разрушится еще при его сжатии) тоже равно v_{max}, а значит, связанное с этим среднее ускорение (замедление) $\bar{a}$ = = $v_{max}/\tau = 10^3 g$ окажется приблизительно в тысячу раз больше g – вот это «перегрузка»! Таким образом, на графике ускорения высота положительного пика, отвечающего величине $\bar{a}$, будет в тысячу раз выше g.

Теперь оценим силу удара шарика по стеклу. Она тоже будет в тысячу раз больше силы тяжести:

$$F_{уд} = m\bar{a} = \frac{mgt_1}{\tau} \approx 10^3\ Н.$$

Это уже вполне ощутимая величина.

Силы, действующие во время удара, называют «мгновенными» силами. В процессе удара, длящегося очень малое время τ, они резко увеличиваются от нуля до некоторого максимума, а затем снова падают до нуля. Под силами удара можно понимать среднее значение мгновенных сил за малое время удара, так чтобы выражение $F_{уд}\tau = m\Delta v$ представляло собой изменение импульса тела за это время (величину $F_{уд}\tau$ называют импульсом силы).

Уже давно было известно: чтобы получить «выигрыш» в силе, можно использовать рычаг. Нужно выбрать его точку опоры так, чтобы малая сила $F_м$ имела большое плечо $l_б$, а «выигрышная» большая сила $F_б$ – малое плечо $l_м$. При этом $F_б = F_м l_б / l_м$. В этом смысле удар является своеобразным рычагом – временны́м рычагом. Малая сила в течение большого времени t_1 разгоняет шарик, а огромная сила удара $F_{уд}$ за малое время τ останавливает его, причем $F_{уд} = mgt_1/\tau \approx mg \cdot 10^3$. Можно образно сказать, что в нашем случае получен «выигрыш» в силе в тысячу раз.

Отметим еще одно важное свойство удара. При соударении очень жестких тел, для которых деформации можно считать бесконечно малыми: $\delta \to 0$, скорости изменяются на конечные величины: Δv; v. Оценка времени удара $\tau \approx \delta/v$ тоже даст бесконечно малую величину: $\tau \to 0$. Из второго закона Ньютона, записанного в виде $m\Delta v = F_{уд}\tau$, видно, что произведение $F_{уд}\tau$ является величиной конечной. Значит, $F_{уд} \to \infty$, т.е. величина ударной силы велика, и по сравнению с ней можно пренебрегать всеми другими конечными силами, действующими во время удара (например, силой тяжести).

Итак, теперь самое время вернуться к эксперименту с бутылкой.

Для того чтобы стекло бутылки лопнуло у ее дна, необходимо по этому дну хорошо ударить. Но чем? Рукой? Нет, потому что рукой произвести удар такой силы невозможно. К тому же, мы ударили рукой по горлышку – казалось бы, должно разбиться горлышко. Остается предположить, что этот удар по дну произвела вода, содержащаяся в бутылке. Но для этого нужно сначала воду «приподнять» от стеклянного дна на некоторую высоту и затем предоставить ей возможность «упасть» на него. Ведь вода несжимаема, и ее соударение с бутылкой напоминает удар тяжелого упругого шарика о стекло. Получается, что нужно ударить по горлышку с такой силой, чтобы ускорение бутылки было больше ускорения массы воды – только тогда между водой и дном бутылки сможет образоваться пустой объем, в котором давление будет близко к нулю. Затем после удара по горлышку, который длится малое время, происходит мощное «схлопывание» воды и бутылки под действием атмосферного давления. Соударение между водой и бутылкой, происходит за очень малое время и, как мы уже отмечали, приводит к очень большим разрушающим силам и давлениям.

Проведем необходимые количественные оценки. Прежде всего поставим главный вопрос: какова минимальная величина силы удара по горлышку, достаточная для того, чтобы оторвать воду от дна бутылки? Для этого рассмотрим основные действующие силы.

На воду сверху действует сила атмосферного давления $F_а^в = p_а S$, где S – сечение основной цилиндрической части бутылки. Будем считать, что $p_а = 10^5$ Па, а $S = \pi r^2 = 30$ см^2 (это соответствует значению радиуса $r \approx 3{,}1$ см); тогда $F_а^в = 300$ Н. Под действием этой силы вся масса воды $m = 0{,}5$ кг приобретет ускорение

$$a_в = \frac{F_а^в}{m} = 600 \ \text{м/с}^2 = 60g.$$

На бутылку действуют следующие силы: сверху на горлышко действует сила нашего удара F, а снизу на дно бутылки действует сила атмосферного давления $F_а^б = p_а S = 300$ Н. Для того чтобы бутылка приобрела ускорение больше, чем вода (масса бутылки приблизительно равна массе воды), нужно, чтобы выполнялось неравенство

$$F - F_а^б > F_а^в,$$

т.е. сила нашего удара должна быть больше удвоенной силы атмосферного давления:

$$F > F_а^б + F_а^в = 2F_а = 600 \ \text{Н}.$$

Рассмотрим теперь подробнее первую фазу процесса – удар по горлышку. Допустим, что мы немного превысили величину минимальной необходимой силы и ударили с силой $F_1 = 650$ Н. Тогда бутылка будет иметь ускорение

$$a_{б_1} = \frac{F_1 - F_а}{m} = 700 \ \text{м/с}^2 = 70g,$$

а вода получит ускорение

$$a_{в_1} = \frac{F_а}{m} = 60g.$$

Будем считать, что время удара порядка сотой доли секунды, т.е. $\tau_1 = 10^{-2}$ с, и оценим толщину вакуумного слоя Δh, т.е. расстояние, на которое разойдутся бутылка и вода:

$$\Delta h = \frac{\Delta a \tau_1^2}{2} = \frac{10g\tau_1^2}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \ \text{м} = 5 \ \text{мм}.$$

При этом вода и бутылка приобретут следующие скорости:

$$v_{в_1} = 60g\tau_1 = 6 \ \text{м/с},$$

$$v_{б_1} = 70g\tau_1 = 7 \ \text{м/с}.$$

После прекращения действия внешней силы (т.е. по истечении времени τ_1) начинается вторая фаза процесса. Теперь на бутылку будет действовать только сила атмосферного давления, направленная вверх, которая сообщит бутылке ускорение

$$a_{б_2} = -\frac{p_а S}{m} = -60g.$$

Это ускорение будет замедлять движение бутылки:

$$v_{б_2} = v_{б_1} - \left|a_{б_2}\right| t,$$

вода же будет продолжать движение с ускорением

$$a_{в_2} = a_{в_1} = +60g$$

и скоростью

$$v_{в_2} = v_{в_1} + a_{в_2} t.$$

Столкновение между водой и бутылкой произойдет еще через время τ_2, за которое расстояние между ними сократится от Δh до нуля:

$$\tau_2 = \frac{v_{б_1} - v_{в_1}}{2a_в} + \sqrt{\frac{\left(v_{б_1} - v_{в_1}\right)^2}{\left(2a_в\right)^2} + \frac{\Delta h}{a_в}}.$$

Оценку для этого времени получим из соотношения

$$\Delta h = \frac{\Delta a \tau_2^2}{2},$$

где $\Delta a = a_{в_2} - a_{б_2} = 2a_в = 120g$:

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{2\Delta h}{2a_в}} = 3 \cdot 10^{-3} \ \text{с}.$$

Затем оценим значения скоростей воды и бутылки непосредственно перед их столкновением:

$$v_{в_2} = v_{в_1} + a_{в_2}\tau_2 = 7{,}8 \ \text{м/с},$$

$$v_{б_2} = v_{б_1} - \left|a_{б_2}\right|\tau_2 = 5{,}2 \ \text{м/с}.$$

Получается, что вода догоняет бутылку и, ударяя, может разбить ее.

Оценим теперь, какие силы и давления будут возникать непосредственно при соударении – это уже третья фаза процесса. Будем считать удар абсолютно неупругим (разрушение стекла) и его характерное время равным $\tau_3 = 10^{-4}$ с (как для шарика на стекле). Тогда изменение импульса каждого тела будет равно

$$m\Delta v = m\left(v_{в_2} - \frac{v_{в_2} + v_{б_2}}{2}\right) =$$

$$= m\left(\frac{v_{в_2} - v_{б_2}}{2}\right) = 0{,}65\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}},$$

а сила удара –

$$F_{уд} = \frac{m\Delta v}{\tau_3} = 6{,}5\cdot 10^3\ \text{Н}.$$

Давление у дна бутылки при этом составит

$$p = \frac{F_{уд}}{S} = \frac{6{,}5\cdot 10^3\ \text{Н}}{30\cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} \approx 22\ \text{атм}$$

– весьма впечатляющая величина! Поскольку толщина стекла боковой поверхности бутылки обычно меньше, чем толщина дна (а «где тонко, там и рвется»), разрушение стекла происходит именно на боковой поверхности бутылки вблизи ее дна.

Подобно рисунку 1, на рисунке 2 представлен графически весь процесс в течение суммарного времени $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, которое имеет порядок сотой доли секунды. На всю систему (бутылку с водой общей массой $m = m_в + m_б = 1$ кг) подействовал импульс ударной силы

$$F_1\tau_1 = 650\ \text{Н}\cdot 10^{-2}\ \text{с} = 6{,}5\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

В результате после окончания процесса, т.е. после неупругого удара со скоростью

$$v_к = \left(v_{в_2} + v_{б_2}\right)/2 = 6{,}5\ \text{м/с},$$

получен импульс

$$mv_к = 1\ \text{кг}\cdot 6{,}5\ \text{м/с} = 6{,}5\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Видно, что имеет место равенство

$$F_1\tau_1 = mv_к.$$

Случайно ли это? Конечно, нет! Ведь силы атмосферного давления действуют здесь отдельно на воду и на бутылку, а в общей системе бутылки с водой они уничтожают друг друга, и остается только внешняя сила.

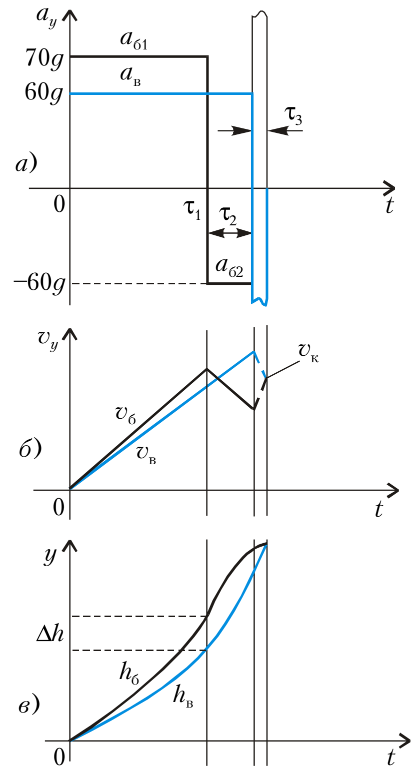

Рис. 2