мая сила натяжения нити равна

$$F_4\left(\alpha_4 = \frac{\pi}{4}\right) = \frac{mg}{2\sqrt{2}}.$$

Конечно, это утверждение будет верно, если $1/3 \le \mu$. Если же $0 \le \mu \le 1/3$, то нить следует тянуть под углом $\alpha_4 = \arccos\left(\mu\Big/\sqrt{(1-2\mu)^2+\mu^2}\right)$. При этом искомая сила натяжения нити должна быть равна

$$F_4(0 \le \mu \le 1/3) = mg\frac{\sqrt{(1-2\mu)^2+\mu^2}}{2(1-\mu)}.$$

3. Давление воды в любой нижней точке кольца должно быть ровно $\rho_а + \rho_в g(H-h)$, где $\rho_а$ – атмосферное давление, а H – высота кольца. С другой стороны, это давление должно быть равно давлению, обусловленному действием сил тяжести кольца и давления воздуха на кольцо, т.е. должно выполняться соотношение $\rho_а + \rho_в g(H-h) = \rho_а + \rho_д gH$. Следовательно,

$$\rho_в(H-h) = \rho_д H.$$

При заливании масла в отверстие в кольце, поскольку плотность масла меньше плотности дерева, нижний уровень масла не может опуститься ниже горизонтальной плоскости, совпадающей с нижними точками кольца. Поэтому из отверстия в кольце масло вытеснит лишь часть воды, а толщина h_1 слоя воды, оставшейся внутри кольца, должна удовлетворять уравнению

$$\rho_в(H-h) = \rho_в h_1 + \rho_м(H-h_1).$$

При этом глубина погружения кольца в воду изменяться не может. Из сказанного ясно, что одновременно с увеличением объема залитого в кольцо масла уровень воды в сосуде и кольцо будут одновременно подниматься. Поэтому для искомой высоты подъема воды можно записать уравнение

$$xR^2 = (H-h-h_1)r^2.$$

Решая совместно все полученные уравнения, определим искомую высоту подъема воды:

$$x = \frac{hr^2\rho_м}{(\rho_в-\rho_м)R^2}.$$

4. В исходном состоянии ртуть полностью заполняла левую часть сосуда, но не оказывала давления на его верхнюю грань. Значит, давление воздуха было равно

$$p_1 = \frac{\rho gh}{2},$$

где ρ – плотность ртути, а h – высота поршня. Если высоту столба ртути при конечной температуре обозначить h_2, то давление воздуха в правой части сосуда должно удовлетворять соотношению

$$p_2 h = \frac{\rho g h_2^2}{2}.$$

Таким образом, для интересующего нас перемещения поршня x можно записать равенство

$$hL = h_2(L+x),$$

т.к. площадь поперечного сечения сосуда неизменна.

Для воздуха на основании объединенного газового закона получим

$$p_1V_1 = np_2V_2, \text{ или } p_1L = np_2(L-x).$$

Для упрощения дальнейших вычислений обозначим $x/L = z$. Тогда из составленных ранее уравнений следует

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{h^2}{h_2^2} = (1+z)^2 = (1-z)n.$$

Последнее соотношение эквивалентно уравнению

$$z^2 + (2+n)z + 1 - n = 0,$$

решая которое, найдем

$$x = 0{,}5\left(\sqrt{n(n+8)} - 2 - n\right)L \approx 0{,}14L.$$

5. Как известно, коэффициент полезного действия цикла равен отношению работы, совершенной газом за цикл, к количеству теплоты, полученному газом от нагревателя за то же время. На участке *1–2* объем газа увеличивается при одновременном увеличении его давления, работа газа на этом участке равна

$$A_{12} = \frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}.$$

На участке *2–3* газ работы не совершает, а на участке *3–1* работа отрицательна и равна

$$A_{31} = (V_1-V_2)p_1.$$

Таким образом, работа газа за цикл равна

$$A = A_{12} + A_{31} = \frac{(p_2-p_1)(V_2-V_1)}{2}.$$

Определим теперь количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя. На участке *1–2* газ совершает работу, при этом его давление и объем, а с ними температура и внутренняя энергия газа должны возрастать. Поэтому на этом участке газ должен получать тепло. На основании первого закона термодинамики,

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = A_{12} + 1{,}5R(T_2 - T_1).$$

На втором участке температура газа уменьшается, и газ не совершает работы; следовательно, на этом участке газ должен отдавать тепло холодильнику. Можно доказать, что и на третьем участке газ отдает тепло холодильнику. Таким образом, за цикл газ получает от нагревателя количество теплоты Q_{12}. Легко видеть, что в точке *1* температура газа минимальна, а в точке *2* – максимальна, поэтому $T_2/T_1 = n$. В то же время, согласно уравнению Клапейрона–Менделеева, температура газа в точке *3* равна $T_3 = p_1V_2/R$. Поскольку на участке *2–3* газ охлаждается изохорически, а на участке *3–1* изобарически, $T_3 = T_1V_2/V_1 = p_1T_2/p_2$. Отсюда, с учетом того, что $p_1/V_1 = p_2/V_2$ (точки *1* и *2* лежат на прямой, проходящей через начало координат pV-диаграммы), получим

$$T_3 = \sqrt{T_1T_2} = \sqrt{n}\,T_1.$$

Тогда

$$A = 0{,}5RT_1\left(\sqrt{n}-1\right)^2, \quad Q_{12} = 2RT_1(n-1),$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\sqrt{n}-1}{4\left(\sqrt{n}+1\right)}.$$

Максимально достижимый КПД, получающийся при использовании цикла Карно, равен

$$\eta_К = 1 - \frac{T_х}{T_н},$$

где $T_н$ – температура нагревателя (T_1), а $T_х$ – холодильника (T_2). Следовательно, искомое отношение равно

$$\frac{\eta_К}{\eta} = \frac{4\left(\sqrt{n}+1\right)^2}{n} = 9.$$

6. По условию задачи морозильник работает по циклу Карно. В школьном курсе обычно не анализируется работа холодильных тепловых машин, а рассматриваются лишь тепловые двигатели. Однако, поскольку цикл Карно является обратимым, соотношения между совершаемой рабочим веществом работой, потребляемым от нагревателя и передаваемым холодильнику теплом не должны изменяться при изменении направления прохождения цикла.Отсюда легко найти искомую мини-