

M1763*. Пусть AH_1, BH_2, CH_3 – высоты остроугольного треугольника ABC . Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон BC, CA, AB в точках T_1, T_2, T_3 соответственно. Прямые l_1, l_2, l_3 являются образами прямых H_2H_3, H_3H_1, H_1H_2 при симметрии относительно прямых T_2T_3, T_3T_1, T_1T_2 соответственно. Докажите, что прямые l_1, l_2, l_3 образуют треугольник с вершинами на окружности, вписанной в треугольник ABC .

Т.Емельянова

M1764. Пусть функция $f: [0; 1] \rightarrow \mathbf{R}$ удовлетворяет следующим условиям: $f(0) = 0, f(1) > 0, f$ монотонно возрастает на $[0; 1]$ и для любых $x_1, x_2 \in [0; 1]$, для которых $x_1 + x_2 \in [0; 1]$, выполняется неравенство

$$f(x_1) + f(x_2) \geq f(x_1 + x_2).$$

Докажите, что тогда последовательность чисел

$$s_n = f(1) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{n}\right), n = 1, 2, 3, \dots,$$

не ограничена.

В.Попов

M1765. Длина ребра правильного тетраэдра равна 1.

а) На ребрах тетраэдра отмечены 5 точек.

б) На поверхности тетраэдра отмечены 9 точек.

в*) В тетраэдре отмечены 9 точек.

Докажите, что в каждом случае найдутся две отмеченные точки, расстояние между которыми не превосходит 0,5.

В.Произволов

Ф1763. При компьютерном моделировании создан мир, в котором скорость звука $c_1 = 3$ м/с, а скорость света $c_2 = 8$ м/с. Маленький автомобиль едет со скоростью $v_0 = 5$ м/с вдоль прямой, наблюдатель находится на расстоянии $L = 20$ м от этой прямой. В каком месте он видит автомобиль в тот момент, когда звук мотора слышен из ближайшей к наблюдателю точки прямой? (Считайте, что наблюдатель способен верно определить направление на источник приходящего звука.)

З.Рафаилов

Ф1764. Найдите ускорение тележки, на которой находятся два груза (рис.1). Стол гладкий, коэффициент трения между тележкой и грузами μ .

Р.Александров

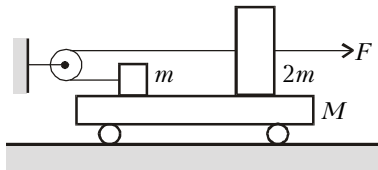


Рис.1

пара) зафиксирована картинка, на которой три отрезка прямых выходят из одной точки, отрезки составляют между собой углы $90^\circ, 120^\circ$ и 150° . Картинка соответствует акту упругого столкновения протона с одним из неподвижных ядер. Установите по фотографии, что это может быть за ядро.

С.Варламов

Ф1766. Из четырех одинаковых гладких легких стержней длиной L каждый, скрепленных концами шарнирно, сделан ромб (рис.2). Один из шарниров (верхний) за-

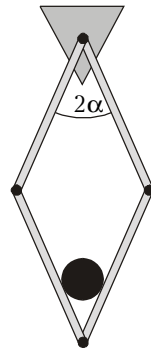


Рис.2

реплен, однородный цилиндр, помещенный внутрь ромба, находится в равновесии, верхние два стержня составляют при этом угол 2α . Найдите по этим данным диаметр цилиндра.

А.Зильберман

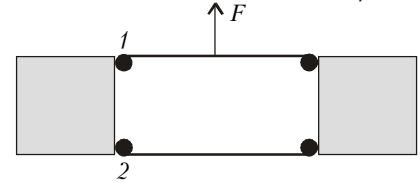


Рис.3

Ф1767. Два одинаковых кубика с помощью шарниров соединены двумя невесомыми и абсолютно твердыми стержнями (рис.3). К середине одного из стержней перпендикулярно ему приложена сила \vec{F} . С какими силами действуют стержни на кубик в местах прикрепления шарниров 1 и 2? Тот же вопрос для случая, когда стержни имеют такую же массу, как и кубики.

С.Варламов

Ф1768. Длинный стержень с площадью поперечного сечения $S = 1$ мм² сделан из материала с модулем Юнга $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м². На один из торцов начинает действовать вдоль стержня сила $F = 1$ Н, равномерно распределенная по площади торца. Найдите смещение этого торца за время $t = 0,1$ с (считайте, что упругая волна за это время не достигла другого конца стержня). Скорость звука в стержне $v_{зв} = 5000$ м/с.

А.Стержнев

Ф1769. В сосуде находится воздух и некоторое количество воды при температуре $+100^\circ\text{C}$. Объем сосуда медленно увеличивают при неизменной температуре и измеряют давление внутри с точностью примерно 0,5%. Результаты измерений приведены в таблице:

объем, см ³	20	25	30	35	40	45
давление, кПа	140	132	126,5	108,5	95	84,5

Какое количество воды сконденсируется, если, не изменяя окончательного объема сосуда, понизить температуру до $+20^\circ\text{C}$?

А.Паров

Ф1770. Собрана схема, состоящая из идеальной батареи напряжением 3,3 В, двух одинаковых амперметров, двух одинаковых вольтметров и «черного ящика» с четырьмя выводами (рис.4). Показания амперметров 10 мА и 12 мА, показания вольтметров 3,6 В и 3 В. Нарисуйте возможную схему, находящуюся внутри «черного ящика» (попытайтесь придумать попроще!).

Р.Простов

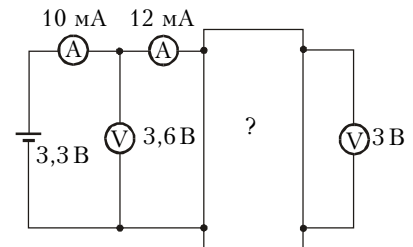


Рис.4