

Рис.3

каждого из них тоже m .
1) Считая силу тяги локомотива постоянной и равной F , найдите время, за которое в движение будет вовлечено N вагонов.

2) Полагая, что состав очень длинный ($N \rightarrow \infty$), определите предельную скорость v_∞ локомотива.

П.Бойко, Ю.Полянский

Ф1760. К двум точкам A и B , находящимся на одной горизонтали, между которыми расстояние $2a$, прикреплен тонкая легкая нерастяжимая нить длиной $2l$ (рис.4).

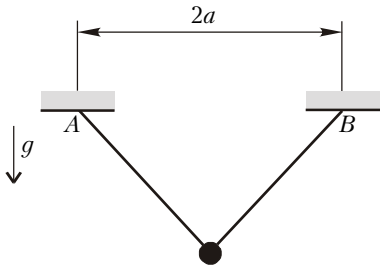


Рис.4

По нити без трения скользит маленькая тяжелая бусинка. Ускорение свободного падения g .

1) Найдите частоту малых колебаний бусинки ω_\perp в плоскости, перпендикулярной отрезку, соединяющему точки крепления нити.

2) Найдите частоту малых колебаний бусинки ω_\parallel в вертикальной плоскости, проходящей через точки крепления нити.

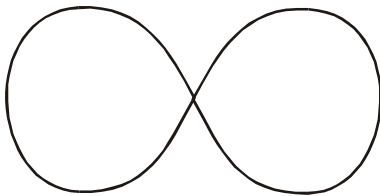


Рис.5

3) При каком отношении l/a траектория движения бусинки в проекции на горизонтальную плоскость может иметь вид, представленный на рисунке 5?

Примечание: при

решении задачи вам может оказаться полезной формула

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$$

при $x \ll 1$.

В.Пестун

Ф1761. Высокий вертикальный сосуд с площадью дна 10 см^2 и высотой 1 м содержит под поршнем массой 2 кг сухой воздух и три одинаковые маленькие ампулы с водой. Температура воздуха снаружи $+100^\circ \text{C}$, атмосферное давление нормальное. Вначале поршень висит на высоте 20 см над дном сосуда, а после того, как одна из ампул лопнула, он поднялся и окончательно остановился на высоте 40 см . Сколько воды было в ампуле? Выскочит ли поршень из сосуда, если лопнут остальные две ампулы?

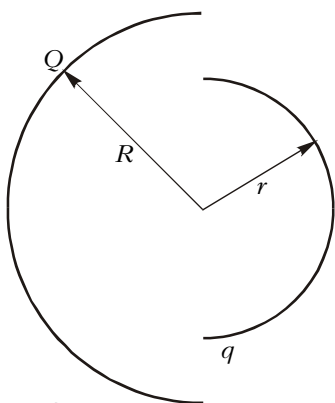


Рис.6

А.Зильберман

Ф1762. Найдите силу взаимодействия двух непроводящих полусфер радиусами R и r с зарядами Q и q соответственно, распределенными равномерно по поверхностям полусфер (рис.6). Центры и плоскости максимальных сечений полусфер совпадают.

Г.Григорян

Решения задач М1726—М1735, Ф1743—Ф1747

М1726. На плоскости проведено n прямых. Каждая пересекается ровно с 1999 другими. Найдите все возможные значения n .

Ответ: 2000 или 3998.

Если среди n прямых нет параллельных, то $n = 2000$, так как каждая прямая пересекается со всеми остальными. Если же у какой-то из n прямых есть ровно K ей параллельных, то у любой прямой другого направления тоже есть ровно K ей параллельных (иначе эти две прямые пересеклись бы с неодинаковым числом других). Значит, $n = (K+1)S$, где S — число различных направлений, которым параллельны прямые. Но тогда $1999 = (K+1)(S-1)$. Так как 1999 число простое, то $K+1 = 1999$, $S = 2$, т.е. $n = 3998$.

Р.Женодаров

М1727. Неутомимые Фома и Ерема строят последовательность. Сначала в последовательности есть одно натуральное число. Затем они по очереди выписывают следующие числа: Фома получает очередное число, прибавляя к предыдущему любую из его цифр, а Ерема — вычитая из предыдущего любую из его цифр. Докажите, что какое-то число в этой последовательности повторится не меньше 10 раз.

Пусть первое число последовательности строго меньше $\underbrace{99\dots90}_n$. Покажем, что все члены последовательности не превосходят $\underbrace{99\dots9}_{n+1}$. Каждый раз к числу прибавляется не

более 9, поэтому для того, чтобы перейти через $\underbrace{99\dots9}_{n+1}$,

сначала Фома должен получить число $\underbrace{99\dots9?}_n$, где ? — одна

из цифр. Ерема может из этого числа вычесть 9, тогда (при

? < 9) снова получается число, меньшее $\underbrace{99\dots90}_n$. Если же

Ерема вычитает ?, то получается $\underbrace{99\dots90}_{n+1}$. Фома может

прибавить 0, не изменив числа, или прибавить 9, получив

$\underbrace{99\dots9}_{n+1}$. В любом случае через $\underbrace{99\dots9}_{n+1}$ он не перейдет.

Таким образом, после того как выписано достаточно много членов последовательности (скажем, $\underbrace{100\dots0}_{n+1} \cdot 99 + 1$), со-

гласно принципу Дирихле хотя бы одно число повторится

даже не 10, а по крайней мере 100 раз, так как все члены последовательности — целые числа из отрезка $[0; \underbrace{99\dots9}_{n+1}]$.

А.Шаповалов

М1728. Точки K, L на сторонах AC, CB треугольника ABC — это точки, в которых вневписанные окружности касаются сторон. Докажите, что прямая, соединяющая середины KL и AB ,