

друга, откуда $3(m-l)^2 \geq m^2 - l^2$.

8. Последовательность натуральных чисел a_k возрастающая, причем $a_{k+1} \leq 2a_k$. Поэтому для любого p найдется такое наименьшее a_k , что $10^p \leq a_k \leq 10^{p+1}$. Для всякого натурального a справедливо неравенство $S(a) \leq 9(\lg a + 1)$. Поэтому для достаточно больших p имеем $S(a_{k-1}) < 10p$. Тогда $10^p < a_k < 10^p + 10p$.

Пусть $p = 10^q$ и a_l – первый член последовательности, который больше $10^p + 10p$. Тогда

$$10^{10^q} < a_{l-1} < 10^{10^q} + 10^{q+1},$$

и для достаточно больших q получим

$$S(a_{l-1}) < 10q, \quad a_l < 10^{10^q} + 10^{q+1} + 10q.$$

Проведя аналогичные рассуждения для $q = 10^r$, получим, что для некоторого a_m справедливо $\lg \lg a_m > r$,

$S(a_m) < 3 + 9(\lg r + 2)$. При росте r отношение $\frac{9 \lg r + 21}{r}$ стремится к нулю.

9. Ответ: 1998964 = 1999000 – 36. Отметим в графе две вершины, не соединенные ребром. Если найдутся еще две такие вершины, то отметим и их, и т.д. Очевидно, что всего будет отмечено менее 10 вершин. Если теперь найдется вершина, не соединенная ребром с какой-либо отмеченной, то отметим и ее, и т.д. Суммарно будет отмечено не более 9 вершин. Каждая неотмеченная соединена со всеми вершинами графа. В «оптимальном» варианте отмечено 9 вершин и все ребра между ними отсутствуют.

Избранные задачи Московской физической олимпиады

Первый теоретический тур

7 класс

1. Дальность полета струи больше в эксперименте Олега.
2. На переднее колесо действует сила трения, направленная назад, а на заднее колесо – вперед, причем такая же по величине.
3. 1,424 г/л.
4. Пруды будут пересыхать в такой последовательности: 2, 3, 1. **Указание:** скорость высыхания зависит от уровня воды в пруду.

8 класс

1. $M(1 - \rho_2/\rho_1) \leq m \leq M$ при $\rho_2 \leq \rho_1$, $0 \leq m \leq M$ при $\rho_2 > \rho_1$.
2. $m \approx 1$ кг.
3. См. рис.12.

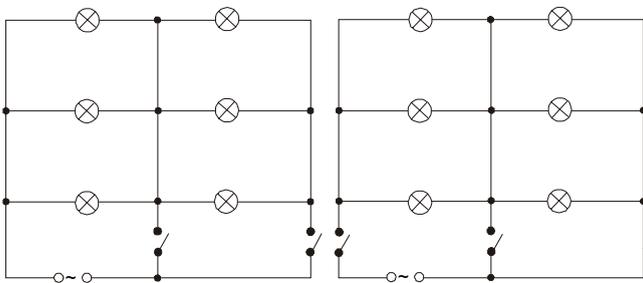


Рис. 12

9 класс

1. См. рис.13.
2. $k = \left[\frac{T_1 r + (R-r)^2 T_2 / T_1}{\tau R^2 - r^2} \right] + 1 = 26$, т.е. мы попадем на середину 26 песни.
3. $a = (2F - \mu mg) / M \approx 8,5 \text{ м/с}^2$.

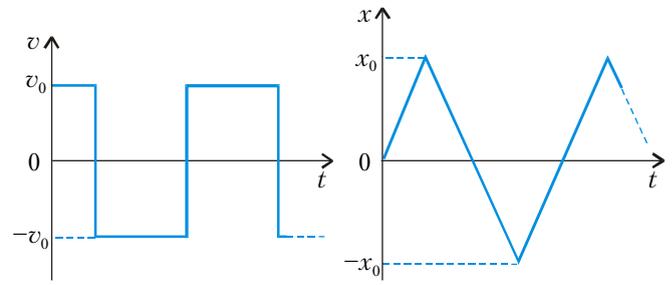


Рис. 13

4. Нужно параллельно соединить друг с другом четыре цепи, две из которых включают в себя по 52 последовательно соединенные лампочки на 3,5 В/0,28 А, а остальные – по 53 последовательно соединенные такие же лампочки. Затем к этой схеме нужно последовательно подключить лампочку на 36 В/40 Вт. При этом в гирлянде будет задействовано 210 лампочек на 3,5 В.

10 класс

1. См. рис.14. 2. $\Delta t = \frac{P}{2m(\mu g)^2} + \frac{mv^2}{2P} \approx 4,2 \text{ с}$.
3. $C = 4\pi\epsilon_0 R$.

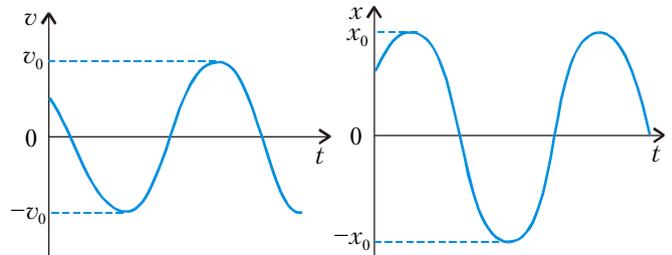


Рис. 14

11 класс

1. См. рис.15. 2. Возможны 12 вариантов: 0, $U/4$, $U/3$, $U/2$, $2U/3$, $3U/4$, U , $4U/3$, $3U/2$, $2U$, $3U$, $4U$.
3. $\beta \approx r / (L(n-1)) = 0,1 \text{ рад}$.
4. $t = \frac{\lg(n_2/n_1)}{\lg 2} \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ лет}$.

Сила трения, Н

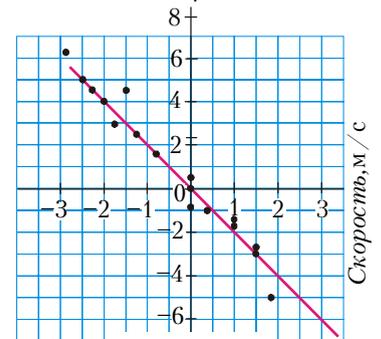


Рис. 15

Второй теоретический тур

8 класс

1. Возможны 4 варианта: $t_1 = 120 \text{ с}$, $t_2 \approx 10,9 \text{ с}$, $t_3 \approx 5,7 \text{ с}$, $t_4 \approx 3,9 \text{ с}$.
2. Половина карандаша. 3. $t_1 = t / \sqrt[3]{n} = 10 \text{ мин}$.

9 класс

1. $M > \rho b(c - a/\sqrt{2})^2$. 2. $(M + 2m)g \frac{1 + \mu^2}{1 + \mu} \leq F \leq (M + 2m)g \frac{1 - \mu^2}{1 - \mu}$.
3. $v_a(t) = \begin{cases} \frac{Mv}{m + M} + \mu gt & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ v & \text{при } t > \tau, \end{cases}$