

Рис. 9

родном электрическом поле, напряженность которого равна E_0 (рис. 9). Какую работу нужно совершить, чтобы медленно сблизить пластины до расстояния $d/2$?

Так как пластины конденсатора замкнуты проводником, напряженность электрического поля между ними равна нулю. Пусть начальная энергия электрического поля вне конденсатора равна W_0 . После того как пластины сблизилась на расстояние $d/2$, в объеме $V = Sd/2$ появилось поле, энергия которого равна

$$W_1 = w \frac{Sd}{2} = \frac{\epsilon_0 E_0^2 Sd}{2},$$

где $w = \epsilon_0 E_0^2 / 2$ – плотность энергии электрического поля. Тогда изменение энергии поля во всем пространстве равно

$$\Delta W = (W_1 + W_0) - W_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2 Sd}{4}.$$

Это увеличение энергии произошло за счет совершенной работы; таким образом, работа, которую нужно совершить, равна

$$A = \frac{\epsilon_0 E_0^2 Sd}{4}.$$

Задача 6. Внутри плоского конденсатора, между обкладками которого с помощью источника напряжения поддерживается постоянная разность потенциалов U , расположена плоскопараллельная металлическая пластина толщиной a и массой m (рис. 10). В

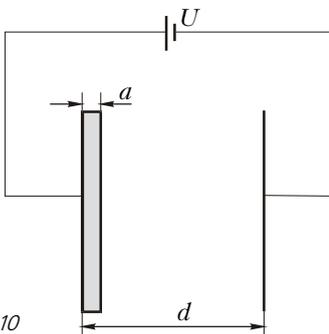


Рис. 10

начальный момент пластина прижата к левой обкладке конденсатора, а затем она отпускается. Чему будет равна скорость пластины в тот момент, когда она достигнет правой обкладки конденсатора? Площадь каждой пластины S , расстояние между обкладками d .

Так как разность потенциалов U на конденсаторе задана, заряд пластины в начальный момент времени равен

$$q = U \frac{\epsilon_0 S}{d - a}$$

и во время движения пластины между обкладками конденсатора будет сохраняться. В начальный момент левая обкладка конденсатора не заряжена, при этом правая обкладка конденсатора заряжена зарядом $-q$. По мере продвижения пластины заряды на обкладках будут изменяться, обеспечивая постоянно разности потенциалов между ними. Батарея зарядов не создает, следовательно, суммарный заряд обкладок конденсатора сохраняется. Найдем заряды обкладок в тот момент, когда пластина приблизится к правой обкладке. Пусть эти заряды равны Q_1 и Q_2 . Тогда, по закону сохранения заряда,

$$Q_1 + Q_2 = -q.$$

Если в некоторый момент времени пластина находится на расстоянии x от левой обкладки (рис. 11), то из

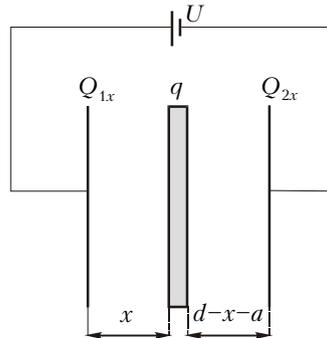


Рис. 11

постоянства разности потенциалов между обкладками получаем

$$\left(\frac{Q_{1x}}{2\epsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\epsilon_0 S} - \frac{q}{2\epsilon_0 S} \right) x + \left(\frac{q}{2\epsilon_0 S} + \frac{Q_{1x}}{2\epsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\epsilon_0 S} \right) (d - x - a) = U,$$

где Q_{1x} – заряд на левой обкладке конденсатора, а Q_{2x} – на правой. Устремляя x к $(d - a)$ и учитывая связь между величинами зарядов, на-

ходим

$$Q_2 = -2q.$$

Таким образом, при достижении пластиной правой обкладки ее заряд будет $-2q$, а левой $+q$. Работа батареи $A = Uq$ идет на изменение кинетической энергии пластины. Следовательно,

$$Uq = \frac{mv^2}{2},$$

откуда скорость пластины равна

$$v = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 S U^2}{m(d - a)}}.$$

Задача 7. Две тонкостенные металлические сферы, радиусы которых $R_1 = 20$ см и $R_2 = 40$ см, образуют сферический конденсатор (рис. 12).

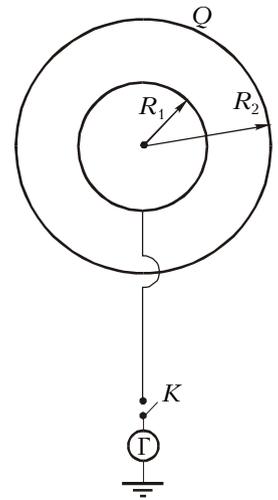


Рис. 12

На внешней сфере находится заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Внутренняя сфера не заряжена. Какой заряд протечет через гальванометр G , если замкнуть ключ K ?

Потенциал внешней сферы равен

$$\phi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}.$$

Так как внутренняя сфера не заряжена, во всем внутреннем пространстве внешней сферы потенциал остается постоянным и равным ϕ_2 . После того как внутреннюю сферу заземлили, ее потенциал стал равен нулю. Чтобы обеспечить нулевой потенциал внутренней сферы, требуется поместить на нее соответствующий заряд q . Согласно принципу суперпозиции,

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 0,$$