

по a при помощи формулы суммы кубов можно доказать, что $(2m)^{3^a} + 1$ не делится на 3^{a+2} . Число n^2 делится на 3^{2a} . Очевидно, $2a \geq a + 2$. Значит, $2^n + 1$ не делится на n^2 при $n > 3$.
Ответ: $n = 1$ или 3 .

42. а) Пусть $2^n - 1$ кратно n , причем $n > 1$. Тогда n нечетно. Рассмотрим наименьший простой делитель p числа n . Порядок числа 2 по модулю p не превосходит $p - 1$ и является делителем числа n . Поскольку этот порядок больше 1, мы получили противоречие.

б) Например, числа вида $n = 6k$.

в) Рассмотрим последовательность, заданную своим первым членом $n_1 = 1$ и соотношением $n_{k+1} = a^{n_k} - 1$.

43. а) *Указание.* Если a четно, то $a^{a+1} + 1$ делится на $a + 1$. Если же a нечетно, то $a^2 + 1$ четно, но не делится на 4, так что $a^{a^2+1} + 1$ делится на $a^2 + 1$. Значит, хотя бы одно n , для которого $a^n + 1$ кратно n , существует.

б) *Ответ:* при всех a , кроме чисел $3, 7, 15, \dots, 2^k - 1, \dots$

Указание. Если $a + 1$ делится на простое нечетное число p , то $a^p + 1$ делится на p^2 . Если же $a + 1 -$ степень двойки, $n > 1$ и $a^n + 1$ делится на n^2 , то, в силу упражнения 38, n четно; а при четном n число $a^n + 1$ не делится на 4.

Калейдоскоп «Кванта»

Вопросы и задачи

1. На кусочке бумаги, являющейся диэлектриком, возникают поляризационные заряды. Электрическое поле вблизи расчески сильнее, чем вдали от нее, поэтому сила притяжения к расческе больше, чем сила отталкивания (рис.3). В однородном же поле плоского конденсатора на поляризованный диэлектрик действуют равные по величине и противоположно направленные силы.

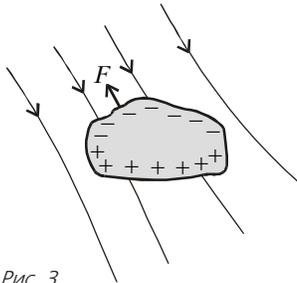


Рис. 3

2. Заряды, возникающие в диэлектрике, в отличие от свободных зарядов в проводнике, являются связанными.

3. Напряженности полей в воздухе и в диэлектрике равны друг другу. Ослабление поля внутри диэлектрика из-за его поляризации компенсируется увеличением плотности заряда на нижней части обкладок конденсатора.

4. Пленка диэлектрического окисла, образующегося на поверхности обкладки, имеет очень маленькую толщину.

5. Не изменятся.

6. Из-за поляризации диэлектрика внутри пластины изменятся направление и густота силовых линий (рис.4).

7. См. рис.5. При переходе границы диэлектрика число силовых линий изменяется скачком из-за действия поляризационных зарядов.

8. При погружении в диэлектрик разность потенциалов, а следовательно, и напряженность электрического поля между шариками не изменятся. Это достигается увеличением зарядов шариков в ϵ раз, где ϵ – диэлектрическая проницаемость жидкости. Значит, сила притяжения между шариками возрастет в ϵ раз.

Рис. 4

9. Заряд каждой обкладки увеличится в ϵ раз (см., например, решение предыдущей

задачи), во столько же раз возрастет напряженность поля, порождаемого в воздухе каждой из обкладок. Поэтому сила притяжения между обкладками увеличится в ϵ^2 раз.

10. Более высокое пробивное напряжение требует более толстого слоя диэлектрика, а это вызовет уменьшение емкости. Чтобы сохранить заданную емкость, требуется увеличить площадь обкладок.

Обе причины ведут к увеличению объема конденсатора.

11. $\epsilon = 2$.

12. Уменьшится в ϵ раз.

13. Дипольные моменты в диэлектрике ориентируются в электрическом поле с запаздыванием.

14. Металлы.

15. Да, так как в поле электрона ядро атома и его электронная оболочка изменяют свое взаимное положение. Электроны, отталкиваясь, смещаются против поля, а ядро, притягиваясь, смещается в направлении внешнего поля, в результате у атома появляется дипольный момент.

16. См. рис.6.

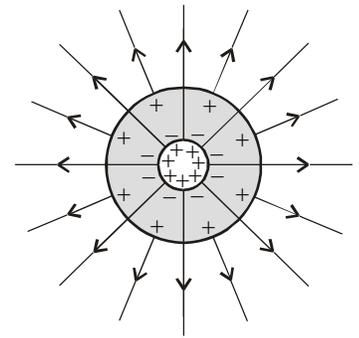


Рис. 5

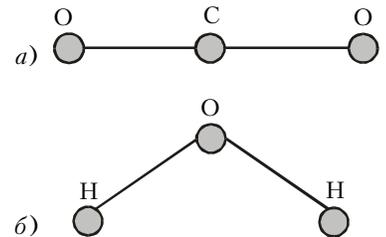


Рис. 6

Микроопыт

Электрическое поле вблизи клемм аккумулятора или полюсов батарейки слишком слабо для заметной поляризации диэлектрика.

Поляры и теорема Паппа

1. Выберем за центр полярного преобразования точку O . Обозначим поляры прямых l и m буквами B и C . Тогда полярной точки A является прямая BC . Обозначим через N полярную прямую LM . Тогда полярами точек L и M будут прямые BN и CN соответственно. Поскольку OL и OM – касательные к окружности, то

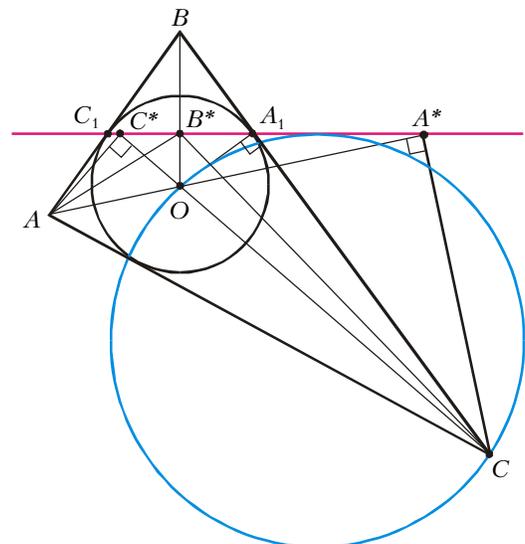


Рис. 7