рика тем меньше, чем больше величины зарядов и чем меньше масса шарика.

Колебания заряженного шарика в поле двух других точечных зарядов

Рассмотрим два маленьких шарика с зарядами q_1 и q_2, закрепленные в точках A и B на расстоянии l друг от друга (рис.2). Вдоль направляющей, соединяющей оба шарика, может двигаться без трения третий шарик массой

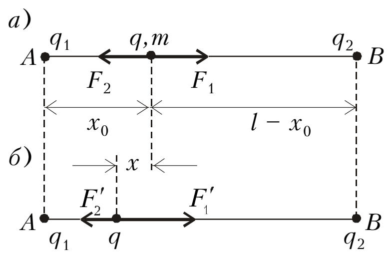

Рис. 2

m и зарядом q. Предполагая все заряды одноименными, определим частоту колебаний среднего шарика.

Так как все заряды одноименные, на средний (подвижный) шарик будут действовать силы отталкивания $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ со стороны зарядов q_1 и q_2 соответственно, направленные в противоположные стороны (см. рис.2,*а*). По-видимому, в этом случае возможно такое расположение среднего шарика, когда обе силы равны по величине и компенсируют друг друга. Точка, в которой при этом располагается средний шарик, и будет положением равновесия.

Выясним, является ли это равновесие устойчивым. Для этого будем смещать шарик относительно положения равновесия вправо или влево. При небольшом смещении влево (см. рис.2,*б*) сила отталкивания $\vec{F}_1'$ со стороны заряда q_1 возрастает, так как расстояние между зарядами q_1 и q уменьшается, а сила отталкивания $\vec{F}_2'$ со стороны заряда q_2 уменьшается, поэтому возникает действующая на средний шарик разность сил, направленная к положению равновесия. Если отпустить шарик, то он начнет перемещаться в направлении положения равновесия. Аналогичная ситуация возникает и при смещении шарика вправо.

Таким образом, можно утверждать, что при продольных смещениях шарика относительно положения равновесия всегда возникает возвращающая сила, направленная в сторону, противоположную смещению. Если шарик предоставить самому себе, то он будет совершать колебания вдоль направляющей. Определим положение равновесия x_0, отсчитывая его от точки A. Используя выражение для закона Кулона, запишем условие равновесия

$$\frac{qq_1}{4\pi\varepsilon_0 x_0^2} = \frac{qq_2}{4\pi\varepsilon_0 (l - x_0)^2},$$

откуда найдем

$$x_0 = \frac{l}{\left(1 + \sqrt{q_2/q_1}\right)}.$$

Видно, что расстояние x_0 от точки A до положения равновесия подвижного шарика пропорционально расстоянию l между двумя крайними (закрепленными) шариками и зависит только от отношения величин зарядов q_2/q_1 этих шариков.

Найдем теперь частоту малых колебаний среднего шарика. Под малыми будем понимать такие колебания, при которых смещение из положения равновесия намного меньше характерного расстояния в системе. В качестве такового здесь следует принять x_0 либо $l - x_0$ (меньшее из них). Таким образом, критерий малости колебаний имеет вид

$$x \ll x_0,\ l - x_0.$$

Предположим, что подвижный шарик сместился влево на расстояние x от положения равновесия (см. рис.2,*б*). Тогда силы отталкивания со стороны зарядов q_1 и q_2 будут равны соответственно

$$F_1' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_1}{(x_0 - x)^2}$$

и

$$F_2' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_2}{(l - x_0 + x)^2},$$

а возвращающая сила, равная их разности и направленная к положению равновесия, будет равна

$$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{(x_0 - x)^2} - \frac{q_2}{(l - x_0 + x)^2}\right).$$

Из этого выражения явно не видно, что возвращающая сила имеет квазиупругий характер, тем не менее при малых значениях отклонения x (в рамках критерия малости) она действительно является квазиупругой. Для того чтобы это показать, приведем выражение для F к общему знаменателю, распишем подробнее выражение в числителе, воспользуемся условием равновесия и критерием малости колебаний. В результате получим

$$F = \frac{q\left(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}\right)^4}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{q_1 q_2}\, l^3}\cdot x.$$

Эта формула уже похожа на выражение для квазиупругой силы. Коэффициент пропорциональности перед x выполняет роль коэффициента «упругости» k. Тогда для частоты малых колебаний находим

$$\omega = \frac{\left(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}\right)^2}{l}\sqrt{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 ml\sqrt{q_1 q_2}}}.$$

Частота колебаний симметрично, но сложным образом, зависит от величин зарядов q_1 и q_2.

Колебания шара в жидкости

Определим частоту малых вертикальных колебаний шара, погруженного в жидкость (рис.3), пренебрегая сопротивлением жидкости и присоединенной массой.

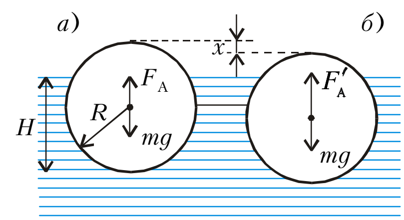

Рис. 3

В положении равновесия на шар действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая, или архимедова, сила $\vec{F}_A$ со стороны жидкости (см. рис.3,*а*). Они равны по величине и противоположны по направлению. В проекции на вертикальную ось условие равновесия выражается формулой

$$mg = F_A.$$

Поскольку

$$m = 4/3\,\pi\rho R^3$$

и

$$F_A = \pi\rho_1 g H^2 (3R - H)/3,$$

где ρ – плотность шара и ρ_1 – плотность жидкости, получаем

$$4\rho R^3 = \rho_1 H^2 (3R - H).$$

Отсюда при заданных R и H можно определить отношение плотностей ρ/ρ_1.

Выведем шар из положения равновесия, дополнительно погрузив его в жидкость на глубину x (см. рис.3,*б*). В этом случае выталкивающая сила увеличивается по сравнению с равновесной, за счет чего возникает