

Теперь положим  $a = \frac{1}{x}$ ,  $b = \frac{1}{y}$ ,  $c = \frac{1}{z}$ . Получим

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2},$$

где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ,  $abc = 1$ .

Эта задача предлагалась в 1995 году на Международной математической олимпиаде (см. задачу M1526).

С.Калинин, В.Сендеров

**Ф1718.** Заяц бежит по прямой с постоянной скоростью 5 м/с. В некоторый момент его замечает лиса и начинает погоню. Скорость лисы постоянна по величине и равна 4 м/с, а движется она тоже не самым лучшим образом – скорость ее в каждый момент направлена точно в ту точку, где находится заяц. Вначале расстояние между ними уменьшается, затем начинает возрастать. Минимальное расстояние составляет 30 м. Какое ускорение было у лисы в тот момент, когда расстояние стало минимальным?

В неподвижной системе отсчета скорость лисы по модулю постоянна; значит, ускорение лисы связано с поворотом вектора ее скорости. Пусть в некоторый момент скорость лисы составляет угол  $\alpha$  с направлением скорости зайца, тогда скорость сближения лисы и зайца равна

$$v_{\text{отн}} = v_{\text{л}} - v_{\text{з}} \cos \alpha.$$

Минимальное расстояние между участниками забега получается в тот момент, когда относительная скорость становится нулевой; значение угла при этом определяется соотношением

$$\cos \alpha_0 = \frac{v_{\text{з}}}{v_{\text{л}}} = 0,8.$$

Теперь мы можем задать очень малый интервал времени  $\tau$ , найти малый угол поворота вектора скорости лисы:

$$\varphi = \frac{\tau v_{\text{з}} \sin \alpha}{L}$$

и ускорение лисы:

$$a = \frac{v_{\text{з}} \varphi}{\tau} = \frac{v_{\text{з}} v_{\text{л}} \sin \alpha}{L} = 0,4 \text{ м/с}^2.$$

Можно решать задачу и в системе отсчета, которая связана с зайцем, – но при этом придется учитывать и изменение модуля скорости лисы!

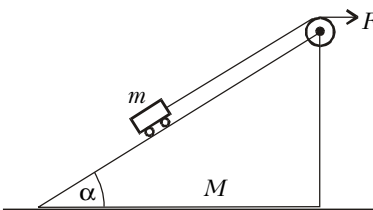
М.Учителев

**Ф1719.** В системе, показанной на рисунке, силы трения отсутствуют. При каком значении силы  $F$  клин и тележка могут двигаться вместе, без проскальзывания? Угол при основании клина  $\alpha$ .

Клин и тележка могут двигаться вместе (без проскальзывания) только в том случае, когда их ускорения одинаковы, т.е. направлены горизонтально и равны

$$a = \frac{F}{M + m}.$$

Теперь можно записать уравнения движения тележки по горизонта-



ли и вертикали:

$$F \cos \alpha - N \sin \alpha = ma = \frac{mF}{M + m},$$

$$F \sin \alpha + N \cos \alpha - mg = 0.$$

Отсюда легко найти выражение для необходимой силы:

$$F = \frac{mg \sin \alpha}{1 - \frac{m \cos \alpha}{M + m}}.$$

А.Клинов

**Ф1720.** Кусок мела лежит на горизонтальной доске с коэффициентом трения  $\mu$ . Доску резко начинают двигать в горизонтальном направлении со скоростью  $v_0$ , а через время  $\tau$  резко останавливают. Найдите длину меловой черты на доске.

Если за время  $\tau$  кусок мела успеет набрать скорость, которую придают доске, то он переместится по доске на

$$L_1 = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

Если теперь доску резко остановить, кусок мела проедет столько же в обратную сторону, остановится в начальной точке, и длина меловой черты будет равна  $L_1$ .

Если же отрезок времени  $\tau$  мал и мел не успеет остановиться относительно доски, то решение выглядит по-другому. Длина меловой черты до момента остановки доски равна

$$L_2 = v_0 \tau - \frac{\mu g \tau^2}{2}.$$

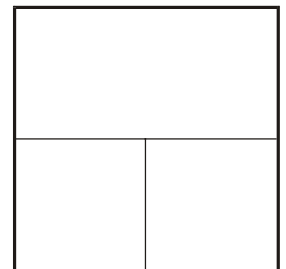
К моменту остановки доски мел приобретет скорость (относительно неподвижной системы отсчета)  $v = \mu g \tau$ . После остановки доски скорость куска мела начнет убывать – до полной остановки, а длина пройденного при этом пути составит

$$L_3 = 0,5v \cdot \frac{v}{\mu g} = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Легко видеть, что эта величина меньше  $L_2$ , следовательно, длина меловой черты в этом случае равна  $L_2$ .

К.Чертов

**Ф1721.** В высокий вертикальный сосуд квадратного сечения, разделенный вертикальными перегородками на три части (см. рисунок), налили до одной и той же высоты горячий суп с температурой  $+65^\circ\text{C}$  – в большое отделение, теплый компот при  $+35^\circ\text{C}$  и холодный квас при  $+20^\circ\text{C}$ . Наружные стенки сосуда очень хорошо теплоизолированы, внутренние перегородки имеют одинаковую толщину и сделаны из одного материала, не очень хорошо проводящего тепло. Через некоторое время суп остыл на 1 градус. Считая, что все эти жидкости – практически одна вода, определите, на сколько изменились за это время температуры остальных двух жидкостей. Кваса в сосуде столько же, сколько компота, супа – вдвое больше.



При расчетах мы будем пренебрегать теплоемкостью самого сосуда – это разумно, если стенки его тонкие и