

Награда калифа

А.КОТОВА

Г УССЕЙН ГУСЛИЯ БЫЛ ГЛУБОКО УЯЗВЛЕН ТЕМ, ЧТО Ходжа Насреддин обставил его в той самой науке, в которой он полагал себя сильнейшим и несравненным.¹ «Ну погоди же, — думал он, — я задам тебе задачку, которая будет тебе не по силам, и докажу мое превосходство в премудростях».

Поэтому он проглотил обиду, огладил бороду и с важностью сказал:

— Что ж, я не сержусь на тебя, хотя следовало бы. Слушай же, я расскажу тебе одну поучительную историю.

Некогда служил я при дворе знаменитого багдадского калифа Гаруна аль-Рашида. Он очень ценил меня и хорошо платил за предсказания, которые я превосходно умею делать, исходя из положения звезд...

— Да-да, помню, — негромко заметил Ходжа Насреддин, — звезды Сад-ад-Забих противостоят Меркурию, а звезды Сад-ад-Сууд совпадают со звездами Сад-аль-Ахбия...

Старый звездочет зашипел от злости:

— Сколько раз я говорил тебе, что звезды Сад-ад-Сууд не могут совпасть со звездами Сад-аль-Ахбия, ибо находятся в одном созвездии с ними, о невежда, сын невежды, внук и правнук невежды!.. Но сейчас речь не о том.

Случилось так, что любимая жена великого калифа ожидала ребенка, а ему очень нужен был наследник. И вот калиф (да продлятся дни его бесконечно!) призвал меня и второго астролога, а вторым астрологом был тогда знаменитый Гассан Абдурахман ибн-Хоттаб, и велел нам составить гороскоп будущего ребенка. Но разве можно составить точный гороскоп

¹ См. «Квант» №1 за этот год.



того, чей день и час рождения еще неизвестен? И вот мы с Гассаном удалились каждый в свои покои, наблюдали звезды и вычисляли; когда же гороскопы были готовы, оказалось, что мой предсказывает калифу рождение дочери, а гороскоп Гассана – рождение сына.

Мы долго спорили в чайхане, чье предсказание точнее, но я так и не смог убедить Гассана, а он – меня. «Но что же мы скажем светлейшему калифу? – утешал я его. – Если мы ошибемся, повелитель разгневется».

– Догадываюсь, – вставил Ходжа Насреддин. – Нашелся умный человек, подсказавший вам выход.

Гуссейн Гуслия с подозрением посмотрел на Насреддина. «Ты-то как догадался? – подумал он. – Уж не было ли тебя в той чайхане?»

– Ты угадал, – сказал он. – Какой-то незнакомец посоветовал нам поднести калифу оба гороскопа, а награду, которую получит тот из нас, кто окажется прав, разделить между собой. Мы договорились, что тот, чей гороскоп окажется верным, получит большую часть награды, но и другой не останется в накладе.

Вскоре долгожданный младенец родился. Увы мне – это был мальчик! Гассан получил в дар от калифа десять кошельков, а я – ничего.

– И вы отправились делить деньги, – подсказал Насреддин.

– Разумеется, мы отправились делить деньги! Но когда мы открыли кошельки, оказалось, что один из них пуст, во втором – одна таньга, в третьем – две и так далее. Мы подарили два кошелька нашему советчику, который снова околачивался в чайхане...

– Вы предпочли бы, чтобы его там не было, – заметил Насреддин.

– Аллах покарает твой злой язык! – возмутился Гуссейн Гуслия. – Мы честно заплатили тому оборванцу! Остальные же кошельки мы поделили по уговору – ибн-Хоттаб получил большую часть. Но тут в чайхану ввалился его брат Омар Юсуф, известный своим завистливым и склочным нравом, увидел кошельки и потребовал часть денег себе. Я принял

утешать его, мы поссорились, и Омар Юсуф – да будет он проклят! – отнял у меня четыре кошелька. Мне осталось всего лишь 10 таньга. Скажи же теперь, если ты так умен, каким хочешь казаться, сколько мы заплатили незнакомцу за совет?

– Твоя загадка совсем проста, – сказал Ходжа Насреддин. – Раз у тебя осталось 10 таньга, они лежали по крайней мере в двух кошельках. Поскольку 4 кошелька у тебя отнял Омар Юсуф, ты получил при дележе не меньше 6 кошельков. В шести же кошельках денег не меньше, чем 15 таньга (ведь $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$). Но ибн-Хоттабу досталось не меньше, чем тебе, значит, у него было не меньше двух кошельков. Поскольку еще 2 кошелька получил ваш советчик, у Гассана было ровно 2 кошелька, а у тебя ровно шесть.

Значит, у Гассана в двух кошельках было больше денег, чем у тебя в шести, – 16 или 17 таньга (ведь $8 + 9 = 17$, большей суммы в двух кошельках найти нельзя).

Раз у тебя в конце концов осталось 10 таньга, у тебя не могло быть кошельков с 0, 1, 2, 3, 4 и 5 таньга – из них нельзя выбрать два с десятью монетами. Значит, у тебя было больше 15 таньга, но меньше, чем у Гассана, т.е. у тебя было 16 таньга, а у него 17.

Так что у него были кошельки с 8 и 9 таньга, у тебя – с 0, 1, 2, 3, 4 и 6, а незнакомцу достались кошельки с 5 и 7 монетами.

– Что-то слишком быстро ты ответил, – недовольно проворчал Гуссейн Гуслия. – Ты не вычислял, какие у меня были кошельки, ты угадал!

– Видишь ли, почтенный, – сказал Ходжа Насреддин, – мне не было нужды считать. Я-то прекрасно помню, что получил 12 таньга и неплохо обедал на них четыре дня.

– О горе мне! – вскричал звездочет. – Надо же мне было вспомнить историю, в которой участвовал ты сам!

– Не огорчайся так, – утешил его Ходжа Насреддин. – Ведь тогда мы не были с тобой знакомы, о великий Гуссейн Гуслия!

Н А М П И Ш У Т

Еще раз о малой теореме Ферма

Пусть p – простое число. Малая теорема Ферма гласит: если a – целое число, не кратное p , то a^{p-1} кратно p , т. е. число $f(a) = (a^{p-1} - 1)/p$ – целое. Я хочу обратить внимание на интересное свойство:

$$f(ab) \equiv f(a) + f(b) \pmod{p}$$

для любых целых чисел a и b , не кратных числу p . Доказать его проще всего, перемножив равенства $a^{p-1} = 1 + pf(a)$, $b^{p-1} = 1 + pf(b)$. А именно,

$$1 + pf(ab) = (ab)^{p-1} = a^{p-1}b^{p-1} = (1 + pf(a))(1 + pf(b)),$$

откуда

$$f(ab) = f(a) + f(b) + pf(a)f(b) \equiv f(a) + f(b) \pmod{p}.$$

Р.Пименов

Информацию о журнале «Квант» и некоторые материалы из журнала можно найти в ИНТЕРНЕТЕ по адресам:

Курьер образования

<http://www.courier.com.ru>

Vivos Voco!

<http://www.techno.ru/vivovoco>

(раздел «Из номера»)