

$$7) v'' = \sqrt{v_0(v_0 + 2V \sin \Delta\theta) + 2V^2(1 - \cos \Delta\theta)};$$

$$8) v'' = 2,62 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Теоретический тур

8 класс

1. Селенографическая широта должна быть больше $90^\circ - 1,5^\circ = 88,5^\circ$.
2. Чем дальше от полюса мира, тем более длинные дуги представляют звезды (так как больше их угловая – относительно наблюдателя – скорость перемещения по небу), следовательно, их свет «размазывается» на большую площадь, что и приводит к уменьшению яркости дуг.
3. Вид ночного неба практически такой же, как и на Земле, однако Юпитер и Сатурн стали заметно ярче, а вот блеск Венеры и Меркурия ослаб в несколько раз. Видны также яркая Земля и ее спутник Луна. Быстро движутся два спутника Марса: Фобос и Деймос; при этом интересно, что Фобос восходит на западе, заходит на востоке, а за ночь может дважды пересечь небосвод. День на Марсе существенно отличается от земного. Диаметр солнечного диска в полтора раза меньше «нашего». Из-за разреженности атмосферы небо днем довольно темное, и на нем хорошо видны спутники Марса, планеты и даже некоторые звезды.
4. Телескоп увеличивает поток света от звезды, попадаемый в глаз наблюдателя, пропорционально отношению площадей объектива и выходного зрачка окуляра. При этом звезда по-прежнему является для наблюдателя точечным объектом – просто ее звездная величина существенно уменьшается. Что же касается яркости неба, то она не увеличивается, а, как правило, наоборот, уменьшается – в этом легко убедиться, взглянув днем на небо в телескоп. Причина в том, что телескоп увеличивает не только поток света от яркого неба, но и угловой размер того кусочка неба, который виден в окуляр, как бы «размазывая» его свет на большую площадь. При этом яркость неба, видимого в окуляр, остается неизменной при нормальном (равнозрачковом) увеличении (или уменьшении), а при увеличении больше нормального (которое, как правило, и используется при наблюдениях) вообще выглядит менее ярким, чем невооруженным глазом. Таким образом, в окуляр мы видим существенно более яркие звезды на фоне либо такого же, либо существенно потемневшего неба.
5. В 17 часов 39 минут.
6. Дело во влиянии атмосферы на качество изображения. Неоднородности воздуха создают непрерывно появляющиеся и исчезающие «воздушные линзы», немного отклоняющие свет; размер этих «линз» составляет десятки сантиметров. Диаметр объективов маленьких телескопов обычно меньше размеров «воздушных линз», поэтому при перемещении неоднородностей изображение дрожит, но остается резким. В большой телескоп попадает свет, прошедший сразу через несколько «линз», каждая из которых отклоняет лучи случайным образом. Поэтому изображение не дрожит, а становится размытым, и мелкие детали на поверхности планет оказываются неразличимыми.

9 класс

5. Через $t \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с} \approx 140 \text{ лет}$.
6. Вариантов может быть много (в зависимости от фантазии отвечающего), но все они сводятся к использованию второго закона Ньютона.

10 класс

1. Близко ко дню зимнего солнцестояния, т.е. в конце декабря.
2. Цвет звезды зависит от распределения энергии в ее видимом спектре. Если ученый не ошибся и по спектральным ли-

ниям поглощения звезда имеет спектральный класс A0, то это могло произойти в одном случае – если излучение звезды испытало сильное межзвездное поглощение. Как известно, слой межзвездной пыли сильнее поглощает коротковолновое излучение, чем длинноволновое (как и при рассеянии света в земной атмосфере). Поскольку пыль сосредоточена в тонком слое в диске Галактики, звезда должна находиться в полосе Млечного Пути.

3. $S = 21 \text{ ч } 42 \text{ мин } 24 \text{ с}$.

4. Правильным является ответ 4).

5. Через $t \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с} \approx 140 \text{ лет}$.

6. Здесь нужно рассмотреть два аспекта: 1) достаточно ли яркая Луна, чтобы быть видимой с Марса; 2) достаточно ли угловое расстояние между Землей и Луной, чтобы для невооруженного глаза они не сливались в один светящийся объект. Обсудим их по отдельности.

1) Расстояние от Луны до Марса меняется от 0,52 а.е. до 2,52 а.е. и в среднем составляет 1,52 а.е. При этом, если бы Луна наблюдалась с Марса в свое полнолуние, ее звездная величина была бы равна

$$m \approx -12,8^m + 5 \lg(1,52 \cdot 150000/384) \approx -12,8^m + 13,9^m \approx +1,1^m.$$

При наибольшем удалении Луны от Марса аналогично получаем $m \approx +2,2^m$. Таким образом, хотя Луна на Марсе в темное время суток не может наблюдаться в полнолуние, имеется достаточный запас яркости для того, чтобы она была хорошо видна невооруженным глазом в других конфигурациях.

2) Угловое расстояние между Луной и Землей достаточно велико – даже в случае наибольшего удаления Земли от Марса оно составит $\arcsin((384/150000)/2,52)$, что соответствует примерно 3,5 угловым минутам. Так что система будет вполне разрешаема глазом.

Таким образом, Луну на Марсе не просто можно увидеть, скорее ее сложно не заметить.

11 класс

1. Ширина полосы по оси звездных величин составляет $2,5 \lg 2 \approx 0,75^m$.
3. а) $R_{\text{п}} = R_0 \cdot 2,5$, $R_{\text{а}} \approx 35700 \text{ км}$; б) $V_{\text{а}} \approx 4,2 \text{ км/с}$; в) $M \approx 2,16 \cdot 10^{25} \text{ кг}$.
5. $\alpha \approx 22,5^\circ$. 6. $m \approx 1,6^m$ (см. задачу 6 для 10 кл.).

Избранные задачи Санкт-Петербургской математической олимпиады

1. 20. *Указание.* Докажите, что имеется 40 необычных пассажиров.
2. 110. *Указание.* Можно перекрасить все клетки, за исключением клеток главной диагонали, если каждый раз перекрашивать две белые клетки, симметричные относительно главной диагонали.
3. Любой кусок при подходящем n заключен между $12 \cdot 10^n$ и $13 \cdot 10^n$. Поэтому произведение двух кусков заключено между числами вида $144 \cdot 10^m$ и $169 \cdot 10^m$, откуда следует, что вторая цифра произведения двух кусков равна 4, 5 или 6.
4. а) Если цисильванец не входит в тройку жителей, указавших друг на друга, то он не вампир. Число 1999 не кратно трем.
б) Рассортируем письма на пачки, собрав вместе письма, где указаны одни и те же сотрудники, и рассмотрим пачки, в которых количество писем не кратно 200. Все эти письма от сумасшедших, поскольку письма здоровых сотрудников лежат в одной отдельной пачке. Поскольку общее количество писем в выбранных пачках дает остаток 199 при делении на 200, в них содержится не менее 199 писем.
5. Нельзя. Предположим, что числа разбиты на группы в соответствии с условием. Будем называть число *большим*, если оно является одним из двух наибольших чисел в своей груп-