6) Будут ли изменяться давление и/или температура газа в результате такого поворота? Определите новые значения температуры и давления. (2,5 б.)

Числовые данные: давление окружающего воздуха p_0 = 101,3 кПа, комнатная температура T_0 = 20,0 °С, внутренний диаметр цилиндра $2r$ = = 100 мм, масса стеклянной пластины m = 800 г, количество газа в сосуде ν = 0,100 моль, молярная теплоемкость при постоянном объеме C_V = = 20,8 Дж/(моль · К), длина волны излучения лазера λ = 514 нм, время облучения Δt = 10,0 с, смещение стеклянного поршня после облучения Δs = = 30,0 мм.

Задача 2. Магнитное поле V-образной проволоки

К первым успехам теории магнитных явлений Ампера относится вычисление индукции B магнитного поля, создаваемого проводником с электрическим током, и сравнение с расчетами Био и Савара, проведенными ранее.

Интересным частным случаем является очень длинная проволока с постоянным током i, изогнутая в виде буквы V с половинным углом изгиба α (рис.1). Согласно вычислениям Ампера значение магнитной индукции B в

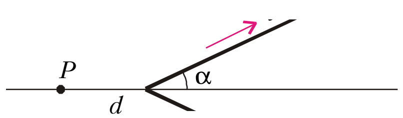

Рис. 1

точке P на оси V-образной проволоки на расстоянии d от вершины пропорционально $\operatorname{tg}(\alpha/2)$, где α выражается в радианах. Работа Ампера позже вошла в теорию электромагнетизма Максвелла и является общепризнанной.

1) Используя наши современные знания по электромагнетизму, найдите направление магнитной индукции в точке P. (1 балл)

2) Зная, что магнитная индукция пропорциональна $\operatorname{tg}(\alpha/2)$, т.е. $|B(P)| = k\operatorname{tg}(\alpha/2)$, вычислите коэффициент пропорциональности k. (1,5 б.)

3) Вычислите магнитную индукцию в точке P^*, симметричной точке P относительно вершины, т.е. на оси проволоки и на том же расстоянии d от вершины, но внутри V. (2 б.)

4) Чтобы измерить магнитную индукцию, мы помещаем в точку P маленькую магнитную стрелку, имеющую момент инерции I и магнитный дипольный момент μ; стрелка колеблется в той же плоскости, в которой лежит вектор индукции $\vec{B}$. Вычислите период этих малых колебаний стрелки как функцию B. (2,5 б.)

Для тех же условий Био и Савар предполагали, что значение магнитной индукции B в точке P определяется выражением (мы здесь используем его современную запись) $B(P) = \frac{i\mu_0\alpha}{\pi^2 d}$, где μ_0 – магнитная постоянная. Они попытались с помощью эксперимента проверить справедливость соответствующих предположений (Ампера и Био–Савара), измеряя период колебаний магнитной стрелки как функцию угла α V-образной проволоки. Для некоторых значений угла α, однако, разница столь мала, что ее трудно измерить.

5) Чтобы экспериментально установить различие между двумя предсказанными выражениями для периода T колебаний магнитной стрелки в точке P, необходимо, чтобы различие в их значениях составляло не менее 10%, а именно, должно быть $T_1 > 1{,}10 T_2$ (где T_1 соответствует предположению Ампера, T_2 – предположению Био и Савара). Установите приближенно, какой интервал углов α мы должны выбрать, чтобы обнаружить различие между этими двумя предсказаниями. (3 б.)

Примечание. В зависимости от способа выбранного вами решения задачи возможно вам будет полезной формула $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$.

Задача 3. Космический зонд к Юпитеру

В этой задаче рассмотрен метод, часто применяемый для ускорения космических зондов в нужном направлении. Космический зонд, пролетая вблизи планеты, может значительно увеличить свою скорость и существенно изменить направление полета за счет незначительной части энергии орбитального движения планеты.

Юпитер вращается вокруг Солнца по эллиптической траектории, которую можно аппроксимировать окружностью со средним радиусом R.

1) Найдите скорость движения планеты V по орбите вокруг Солнца. (1,5 балла)

2) Пусть зонд находится между Солнцем и Юпитером на отрезке, соединяющим эти тела. Найдите расстояние от Юпитера, на котором силы гравитационного взаимодействия зонда с Солнцем и Юпитером равны. (1 б.)

Космический зонд массой m = 825 кг пролетает вблизи Юпитера. Для упрощения предположим, что траектория космического зонда полностью лежит в плоскости орбиты Юпитера, т.е. мы можем пренебречь случаями, когда космический зонд покидает плоскость орбиты Юпитера. Мы будем рассматривать ту область пространства, в которой притяжение Юпитера значительно превосходит все остальные гравитационные силы.

В системе отсчета, связанной с центром масс Солнца, начальная скорость космического зонда равна v_0 = = $1{,}00 \cdot 10^4$ м/с и направлена в положительном направлении оси Y, в то время как скорость Юпитера направлена в отрицательном направлении оси X (рис.2); под «начальной скоростью» мы понимаем скорость космического зонда в межпланетном пространстве достаточно далеко от Юпитера, но уже в области, где притяжение Солнца пренебрежимо мало. Предположим, что взаимодействие происходит за достаточно короткий промежуток времени, так что можно пренебречь изменением направления скорости движения Юпитера по орбите. Также предположим, что зонд проходит позади Юпитера, т.е. его x-координата больше x-координаты Юпитера в тот момент, когда их y-координаты равны.

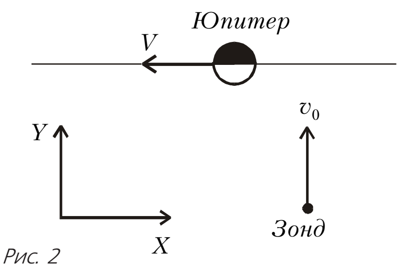

Рис. 2

3) Найдите направление скорости движения космического зонда (угол φ между вектором скорости зонда и осью X) и модуль его скорости v' в системе отсчета, связанной с Юпитером, когда зонд находится далеко от Юпитера. (2 б.)

4) Найдите значение E полной механической энергии зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером, полагая, как обычно, что значение потенциальной энергии на очень больших расстояниях равно нулю и что скорость зонда можно считать постоянной из-за малости всех гравитационных взаимодействий. (1 б.)

Траекторией космического зонда в системе отсчета, связанной с Юпитером, является гипербола, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{\frac{2Ev'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}\cos\theta\right), \quad (*)$$