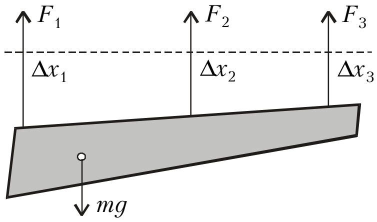

Рис. 8

2. Ясно, что ответ на поставленный вопрос зависит от характера движения балки. Поскольку в условии задачи нет никаких специальных оговорок о характере движения балки, решать задачу следует в предположении, что балка остается неподвижной относительно точек крепления шнуров к потолку. На рисунке 8 показаны силы, действующие на балку: это силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ со стороны удерживающих ее шнуров и сила тяжести $m\vec{g}$, где m – масса балки. Ускорение центра масс балки будет равно нулю, если

$$F_1 + F_2 + F_3 = mg .$$

При этом балка будет находиться в равновесии, если сумма моментов всех сил относительно любой оси будет равна нулю. Если в качестве оси выбрать прямую, проходящую через точку крепления первого шнура к балке перпендикулярно плоскости, в которой лежат действующие на нее силы, то условие отсутствия углового ускорения у балки должно иметь вид

$$L_1F_2 + \left(L_1 + L_2\right)F_3 = Lmg .$$

Чтобы получить полную систему уравнений, необходимо учесть упругие свойства шнуров. Так как деформации шнуров по условию являются малыми, на основании закона Гука можно утверждать, что силы упругости шнуров F_i пропорциональны деформациям шнуров Δx_i. Отсюда и из рисунка 8 следует соотношение

$$\frac{L_1 + L_2}{L_2} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_3}{\Delta x_2 - \Delta x_3} = \frac{F_1 - F_3}{F_2 - F_3} .$$

Решая совместно три полученных уравнения, найдем искомое отношение сил:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{2L_1^2 + \left(2L_1 + L_2\right)\left(L_2 - L\right)}{L_1\left(L_2 + L\right) + L_2\left(L_2 - L\right)} .$$

3. Колебания колеса с грузом будут оставаться гармоническими до тех пор, пока не возникнет скольжение груза по колесу. Очевидно, что в положении равновесия груз должен находится на одной вертикали с осью обода. При смещении из этого положения проекция силы тяжести груза на направление касательной к ободу становится отличной от нуля, и, для того чтобы груз не скользил по ободу, между грузом и ободом должна действовать сила трения покоя. Максимальная величина этой силы равна произведению коэффициента трения на величину нормальной составляющей силы реакции. Если радиус, проведенный в точку нахождения груза, образует с вертикалью угол α (причем $|\alpha| < \pi/2$) и груз имеет при этом скорость v, то на основании второго закона Ньютона величина нормальной составляющей равна $N = \left(v^2/R + g\cos\alpha\right)m$, где m – масса груза. Отсюда следует, что N тем меньше, чем меньше v и больше угол α, т.е. N достигает минимального значения при максимальном отклонении груза от положения равновесия. В этом положении проекция силы тяжести груза на направление касательной к ободу равна $mg\sin\alpha_{\max}$. Следовательно, груз не будет скользить по ободу, если $\mu \ge \operatorname{tg}\alpha_{\max}$, или, поскольку $\mu \ll 1$, если $\alpha_{\max} = \mu$. При гармонических колебаниях скорость тела достигает максимума в момент прохождения им положения равновесия, поэтому искомую скорость можно определить на основании закона сохранения механической энергии:

$$\Delta W_{\text{п}} = mgR\left(1 - \cos\alpha_{\max}\right) = mgR\alpha_{\max}^2/2 = \Delta W_{\text{к}} = (m + M)v_{\max}^2/2 ,$$

откуда

$$v_{\max} = \mu\sqrt{mgR/(m + M)} .$$

4. При достаточно медленном наполнении цилиндра сила давления гелия на поршень должна быть равна сумме действующих на него сил атмосферного давления и трения скольжения:

$$p_0S = F_{\text{атм}} + F_{\text{тр}} ,$$

где p_0 – давление гелия непосредственно перед его нагреванием, а S – площадь поперечного сечения цилиндра. Поскольку величина силы трения скольжения равна максимальному значению силы трения покоя, не зависит ни от температуры цилиндра, ни от положения поршня в нем и после закрытия крана число ν молей гелия в цилиндре под поршнем не изменяется, при нагревании давление в цилиндре должно оставаться неизменным, а объем гелия должен увеличиваться. Пусть температура гелия непосредственно перед нагреванием T_0, перед охлаждением $T_{\max}$, а в тот момент, когда поршень начинает двигаться после некоторого охлаждения гелия, $T_{\text{к}}$. Тогда можно записать

$$p_0V_0 = \nu RT_0,\ p_0V_{\max} = \nu RT_{\max},\ p_{\text{к}}V_{\max} = \nu RT_{\text{к}},$$

где V_0 и $V_{\max}$ – объемы гелия до и после нагревания, R – универсальная газовая постоянная. При этом давление гелия непосредственно перед началом движения поршня при охлаждении равно $p_{\text{к}} = \left(F_{\text{атм}} - F_{\text{тр}}\right)/S$, так как направление силы трения покоя к этому моменту должно стать противоположным направлению силы атмосферного давления, а ее величина вновь принять максимальное значение. Поскольку гелий является одноатомным газом, его молярная теплоемкость при изохорическом процессе равна $C_V = 1{,}5R$, а при изобарическом – $C_p = 2{,}5R$. Отсюда следует, что при нагревании гелий должен был получить количество теплоты $Q_+ = 2{,}5\nu R\left(T_{\max} - T_0\right)$, а при охлаждении отдать $Q_- = 1{,}5\nu R\left(T_{\max} - T_{\text{к}}\right)$. Учитывая, что $V_{\max}/V_0 = k$ и $Q_+/Q_- = n$, найдем отношение давлений:

$$\frac{p_{\text{к}}}{p_0} = 1 - \frac{5(k-1)}{3nk} ,$$

а затем и искомое отношение сил:

$$\frac{F_{\text{тр}}}{F_{\text{атм}}} = \frac{1 - p_{\text{к}}/p_0}{1 + p_{\text{к}}/p_0} = \frac{5(k-1)}{6nk - 5(k-1)} = 0{,}2 .$$

5. Очевидно, что в тот момент, когда температура льда стала равной 0 °С, давление насыщенного пара воды должно было стать равным атмосферному: $p_{\text{н}}(0) = p_{\text{атм}} = 1$ атм, а потому температура пара $T(0) = 373$ К. Из уравнения Клапейрона – Менделеева найдем число молей пара, находившегося в цилиндре в указанный момент времени: $\nu(0) = p_{\text{атм}}V/\left(RT(0)\right)$. Как известно, любая система по прошествии достаточного промежутка времени (при фиксированных внешних условиях) самопроизвольно переходит в состояние термодинамического равновесия, при котором все части системы имеют одну и ту же температуру. Поскольку теплообмен пара и льда со всеми другими телами исключен, за счет теплообмена со льдом пар будет конденсироваться, а лед будет плавиться. При этом давление в цилиндре будет оставаться равным 1 атм. Если количество пара $\nu(0)$ было достаточно малым, то он весь сконденсируется, и искомое перемещение поршня следует считать равным $\Delta h = V/S$. В противном случае произойдет лишь частичная конденсация пара, а образовавшаяся вода будет имеет температуру 100 °С. Уравнение теплового баланса для этого случая можно записать в виде $L\Delta\nu = (\lambda + 100C)m/\mathrm{M}$, где $\Delta\nu$ – количество молей сконденсировавшегося пара. Определив из уравнения теплового баланса число молей сконденсировавшегося пара, а из уравнения Клапейрона – Менделеева изменение объема пара, найдем искомое перемещение поршня во втором случае. Объединяя оба