

6. При каких значениях параметра a неравенство

$$\log_{ax^2+2a^2x+1} \sqrt{16 \arcsin^{-4}(x+3a)} \geq \left| \log_{ax^2+2a^2x+1} \sqrt{16 \arcsin^{-4}(x+3a)} \right|$$

не имеет решений на отрезке $[-5; 6]$?

Вариант 13

(отделение экономики экономического факультета)

1. Решите неравенство

$$\log_{|x|-2} |x-3| \leq 0.$$

2. Решите неравенство

$$4 \sqrt{\frac{2^x-1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14 \sqrt{\frac{2^{x-2}}{2^x-1}}.$$

3. Первая и вторая бригады, работая вместе, могут выполнить задание не более чем за 9 дней. Вторая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание не менее чем за 18 дней. Первая и третья бригады, работая вместе, могут выполнить то же задание ровно за 12 дней. Известно, что третья бригада всегда работает с максимальной возможной для нее производительностью труда. За сколько дней может выполнить задание одна вторая бригада?

4. В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) диагонали $AC = a$, $BD = \frac{7}{5}a$. Найдите площадь трапеции, если $\angle CAB = 2\angle DBA$.

5. Решите уравнение

$$x + \frac{1}{6} \arccos(\cos 15x + 2 \cos 4x \sin 2x) = \frac{\pi}{12}.$$

6. В треугольной пирамиде $SABC$ угол $\angle ACB = \alpha$, ребро $SC = d$ является диаметром сферы, пересекающей ребра SA и SB в их серединах. Найдите объем пирамиды, если $\angle SAC = \angle SBC = \beta$, причем $\beta < \frac{\pi}{4}$.

7. Найдите все значения b , при каждом из которых система

$$\begin{cases} b \sin |2z| + \log_5 \left(x^8 \sqrt{2-5x^8} \right) + b^2 = 0, \\ \left((y^2 - 1) \cos^2 z - y \cdot \sin 2z + 1 \right) \times \\ \times \left(1 + \sqrt{\pi + 2z} + \sqrt{\pi - 2z} \right) = 0 \end{cases}$$

разрешима и имеет не более двух решений; определите эти решения.

Вариант 14

(факультет психологии)

1. Решите неравенство

$$\frac{5x-3}{\sqrt{7x-4}} < 1.$$

2. Решите уравнение

$$x^{\log_7 4} + 5 \cdot 2^{\log_7 x} - 4 = 0.$$

3. Решите систему

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4}, \\ \cos x \sin y = \frac{\sqrt{6}}{4}, \\ \cos x \geq 0. \end{cases}$$

4. Найдите все значения параметра p , при каждом из которых множество значений функции $f(x) = \frac{3x+p}{x^2+5x+7}$ содержит полуинтервал $(-1; 3]$. Определите при каждом таком p множество значений функции $f(x)$.

5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Длины противоположных сторон AB и CD равны, соответственно, 9 и 4, $AC = 7$, $BD = 8$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых ровно пять различных наборов натуральных чисел (x, y, z) удовлетворяют системе условий

$$\begin{cases} 12x^2 - 4x - 2xy + 3y - 9 = 0, \\ a \cdot yz + a \cdot xz + a \cdot xy > xyz. \end{cases}$$

Вариант 15

(отделение структурной и прикладной лингвистики филологического факультета)

1. Расстояние в 160 км между пунктами A и B автомобиль проехал со средней скоростью 40 км/ч. Часть пути по ровной дороге он ехал со скоростью 80 км/ч, а другую часть, по бездорожью, — со скоростью 20 км/ч. Какую часть пути между A и B занимает ровная дорога?

2. Решите неравенство

$$\frac{1}{x^2+8x-9} \geq \frac{1}{3x^2-5x+2}.$$

3. В треугольнике ABC медиана AK пересекает медиану BD в точке L . Найдите площадь треугольника ABC , если площадь четырехугольника $KCDL$ равна 5.

4. Решите уравнение

$$\log_{(1-2\cos z)} (\cos 2z + \sin z + 2) = 0.$$

5. Найдите все решения системы

уравнений

$$\begin{cases} \cos^3(z+4y+\pi/4) + \\ + 1/\sin(2z+2y-\pi/4) = 0, \\ \cos(3z+\pi/4) + \\ + 1/\sin^3(4z-2y-\pi/4) = 0. \end{cases}$$

Вариант 16

(Институт стран Азии и Африки)

1. Решите уравнение

$$\lg^2(2x-3)^2 + 4^{(3\log_4 \sqrt[3]{2})} \left(\frac{\log_4(3-2x)}{\log_4 10} \right) = 0.$$

2. Упростив выражение

$$A = 1 - y + \frac{\sqrt[3]{(y-3)\sqrt{xy} + (3-y^{-1})\sqrt{xy^{-1}}}}{\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{y^{-2}}} y^{\frac{5}{6}} x^{\frac{1}{6}},$$

где $x > 0$, $y > 0$ — действительные числа, выясните, что больше: A или $\frac{5}{7}$.

3. Решите уравнение

$$\sin 9x = 6 \sin 5x \cos 2x - \sin x.$$

4. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с острым углом $\frac{\pi}{8}$. Каждое боковое ребро равно $\sqrt{6}$ и наклонено к плоскости основания под углом $\frac{5\pi}{13}$. Определите объем пирамиды.

5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-5}-3}{|x+4|-7} \geq 1.$$

6. Окружности радиусов 2 и 6 с центрами, соответственно, в точках O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке C . К окружностям проведены общая внешняя касательная и общая внутренняя касательная; эти касательные пересекаются в точке D . Найдите радиус вписанной в треугольник O_1O_2D окружности.

7. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 - \log_2(y\sqrt{2}+6)^3 - 16 \geq y^4 - 3x - y^2, \\ x^2 - y^2 \leq \log_2(y\sqrt{2}+6) + x + 1. \end{cases}$$

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

Физический факультет

1. На край доски, лежащей на гладкой горизонтальной плоскости, кладут небольшую шайбу, масса которой в k