

составляющая определяется формулой

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

и достигает наибольшего значения в конце участка разгона, где скорость наибольшая. По теореме Пифагора

$$a_{\max} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{3v^2}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} = \frac{v^2}{R} \sqrt{1 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^2}$$

Из второго закона Ньютона следует

$$N = mg,$$

а сила трения может сообщить наибольшее по величине ускорение

$$a_{\max} = \frac{F_{\text{тр max}}}{m} = \frac{\mu N}{m} = \mu g.$$

Таким образом, наибольшая скорость в конце участка разгона равна

$$v = \sqrt{\frac{\mu g R}{1 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^2}} \approx 15 \text{ м/с.}$$

\*\*\*

Однако значительное количество задач о неравномерном движении по окружности не решается простой записью проекций уравнения второго закона Ньютона (уравнения движения) на радиальное и касательное направления. На таком пути возникают математические трудности при использовании тангенциальной составляющей уравнения движения. Выход находят в замене этого уравнения формулой, описывающей закон сохранения механической энергии.

**Задача 7.** На горизонтальной поверхности лежит полушар массой  $M = 100 \text{ г}$  (рис.7). Из его верхней точки

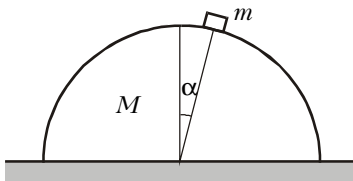


Рис. 7

без трения с нулевой начальной скоростью скользит шайба массой  $m = 10 \text{ г}$ . Из-за трения между полушаром и горизонтальной поверхностью движение полушара начинается при  $\alpha = 10^\circ$ . Найдите коэффициент трения  $\mu$ .

Рассмотрим силы, действующие на каждое из тел. На шайбу действуют сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила нормальной реакции  $\vec{N}_1$  (рис.8). Из второго зако-

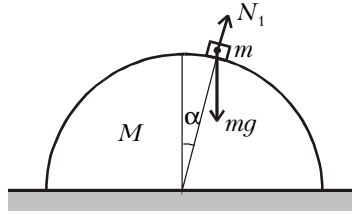


Рис. 8

на Ньютона,

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_1.$$

Переходя к проекциям сил и ускорения на радиальное направление, в момент начала движения полушара получаем

$$m\frac{v^2}{R} = mg \cos \alpha - N_1.$$

По закону сохранения энергии,

$$\frac{mv^2}{2} = mgR(1 - \cos \alpha).$$

Из этих соотношений находим

$$N_1 = mg(3 - 2 \cos \alpha).$$

На полушар действуют силы тяжести  $M\vec{g}$ , нормальной реакции  $\vec{N}_2$ , трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и давления со стороны шайбы  $\vec{F}$  (рис.9). Из второго закона Ньюто-

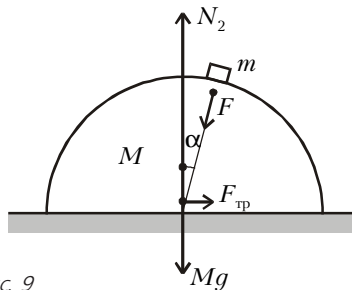


Рис. 9

на, записанного в проекциях на вертикальное направление с учетом равенства  $F = N_1$ , получаем

$$N_2 = Mg + F \cos \alpha = Mg + mg(3 - 2 \cos \alpha) \cos \alpha.$$

В момент начала движения полушара величина силы трения связана с величиной силы нормальной реакции соотношением  $F_{\text{тр}} = \mu N_2$ , а из второго закона Ньютона, записанного в проекциях на горизонтальное направление, следует

$$F_{\text{тр}} = F \sin \alpha = mg(3 - 2 \cos \alpha) \sin \alpha.$$

Отсюда находим

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N_2} = \frac{m(3 - 2 \cos \alpha) \sin \alpha}{M + m(3 - 2 \cos \alpha) \cos \alpha} \approx \frac{m}{M} \alpha = 0,017.$$

**Упражнения**

1. По резиновой трубке, свернутой в виде кольца, циркулирует со скоростью  $v$  вода. Радиус кольца  $R$ , диаметр трубки  $d \ll R$ . С какой силой  $T$  растянута резиновая трубка?

2. Закрытая пробирка длиной  $l$ , полностью заполненная жидкостью, составляет угол  $\alpha$  с вертикальной осью, проходящей через ее нижний конец. В жидкости плавает легкая пробка. До какой угловой скорости  $\omega$  следует раскрутить пробирку вокруг вертикальной оси, чтобы пробка погрузилась до середины пробирки?

3. Слабо расходящийся пучок протонов, стартующих из одной точки пространства, в котором создано однородное постоянное магнитное поле  $\vec{B}$ , так, что векторы скорости  $\vec{v}_0$  протонов составляют малые углы с вектором поля  $\vec{B}$ . На каком расстоянии  $L$  от точки старта пучок протонов впервые сфокусируется? Масса протона  $m$ , заряд  $e$ .

4\*. Протон движется в области пространства, где созданы взаимно перпендикулярные однородные и постоянные электрическое  $\vec{E}$  и магнитное  $\vec{B}$  поля. Вектор  $\vec{v}_0$  начальной скорости перпендикулярен  $\vec{E}$  и имеет ненулевую составляющую  $v_{\parallel}$ , параллельную  $\vec{B}$ . Считая, что  $E \ll Bc$ , где  $c$  – скорость света, найдите скорость  $\vec{V}$  системы отсчета, в которой протон движется по окружности.

5. На кольцевой горизонтальной дороге радиусом  $R = 1000 \text{ м}$  стартует гоночный автомобиль и разгоняется так, что величина скорости увеличивается на  $2 \text{ м/с}$  за каждую секунду. В течение какого времени  $\tau$  гонщику удастся удерживать автомобиль на дороге, если коэффициент трения скольжения шин по дорожному покрытию  $\mu = 0,5$ ? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ведущие колеса автомобиля – задние, нагрузки на переднюю и заднюю оси одинаковы. Центр масс автомобиля расположен очень низко.

6. Маятник, имеющий на конце нити шарик массой  $m$  и зарядом  $Q$ , находится в поле тяжести и в однородном электрическом поле, напряженность  $\vec{E}$  которого перпендикулярна ускорению свободного падения  $\vec{g}$ . Маятник отклоняют до горизонтального положения в плоскости векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{g}$  и отпускают. Найдите натяжение нити  $T$ , когда маятник будет проходить положение равновесия в данных полях.

7. На горизонтальной поверхности лежит полушар массой  $M = 200 \text{ г}$ . Из его верхней точки в противоположных направлениях без трения с нулевыми начальными скоростями начинают скользить две шайбы массами  $m_1 = 20 \text{ г}$  и  $m_2 = 15 \text{ г}$ . Из-за трения между полушаром и горизонтальной поверхностью движение полушара начинается в тот момент, когда одна из шайб пройдет  $1/36$  длины окружности большого круга. Найдите коэффициент трения  $\mu$ .