

(Начало см. на с. 31)

где t – время, прошедшее с момента выброса элементарной массы воды из трубки. Конечно, это решение предполагает, что элементы водяной струи или капли, образующиеся в результате дробления, никак не взаимодействуют друг с другом и с воздухом.

Для огорода очень важно, куда попадет вода и в каком количестве. В принятой нами системе координат ордината почвы $y = 0$. Обозначим абсциссу точки падения воды через x_{\downarrow} . Исключая из последних двух уравнений время, получим

$$x_{\downarrow} = -l \sin \alpha + \frac{v_0^2 \cos \alpha}{g} \left(\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2gh}{v_0^2} \left(1 + \frac{l}{h} \cos \alpha \right)} \right). \quad (2)$$

В частности, здесь содержится хорошо известное выражение для дальности полета, соответствующее случаю вылета из начала координат ($h = 0$, $l = 0$):

$$x_{0\downarrow} = 2 \frac{v_0^2}{g} \cos \alpha \sin \alpha.$$

В этом случае наибольшая дальность полета достигается, как известно, при $\alpha = 45^\circ$ и составляет

$$x_{0\max} = \frac{v_0^2}{g}. \quad (3)$$

В общем же случае решение, как видно из выражения (2), зависит от двух параметров: отношения начальных значений потенциальной и кинетической энергии $a = \frac{gh}{v_0^2/2}$ и геометрического параметра нашего устрой-

ства $\frac{l}{h}$. И Студент с увлечением принялся анализировать эти зависимости – тем более, что у него был компьютер.

Мы же ограничимся каким-нибудь характерным случаем. Например, предположим, что $l/h \ll 1$ (это означает, что вращающаяся трубка мала по сравнению с высотой ее над землей). Кроме того, предположим, что и дальность полета $x_{0\max}$ тоже много больше l , т.е. даже при выбросе воды с нулевой высоты она улетит достаточно далеко. Тогда абсцисса точки падения воды на почву, отнесенная к характерной величине (3), равна

$$\bar{x} = \frac{x_{\downarrow}}{x_{0\max}} = \cos \alpha \left(\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + a} \right).$$

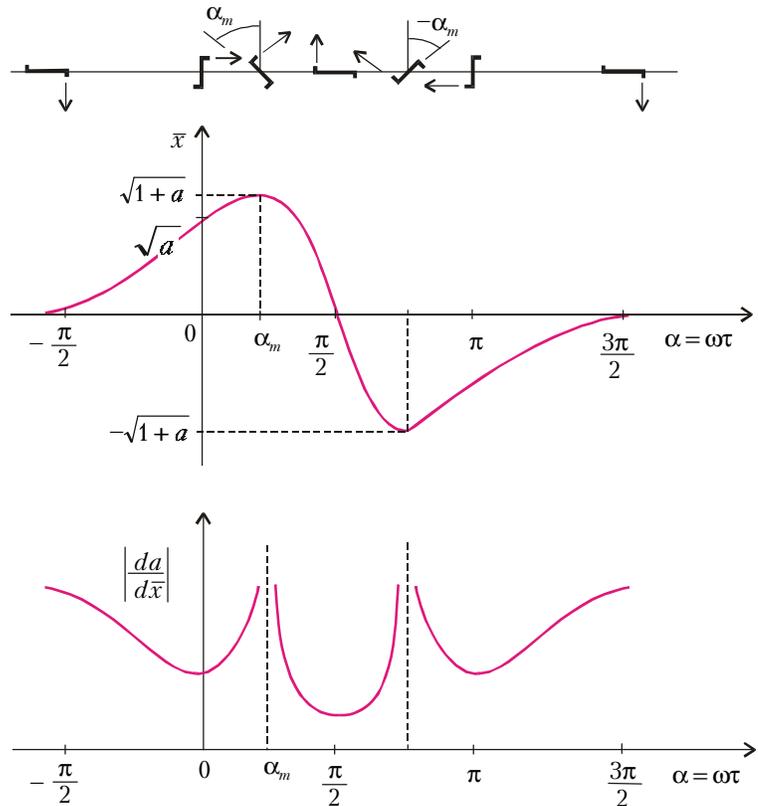


Рис. 2

Можно найти и угол вылета, соответствующий максимальной дальности, и величину самой этой дальности из условия равенства нулю производной:

$$\frac{d\bar{x}}{d\alpha} = 1 - 2 \sin^2 \alpha + \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha + a}} (1 - 2 \sin^2 \alpha - a) = 0,$$

откуда

$$\sin^2 \alpha_m = \frac{1}{a+2}, \quad \bar{x}_{\max} = \sqrt{a+1}.$$

Видно, что чем выше точка вылета, тем дальше сможет достать вода и тем меньше угол, при котором достигается эта наибольшая дальность. Например, в случае $a = 1$ (начальные значения потенциальной и кинетической энергии одинаковы)

$$\alpha_m = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 35^\circ,$$

а дальность полета в $\sqrt{2}$ раз больше, чем при вылете из точки на уровне земли (3).

На рисунке 2 приведен качественный вид зависимости относительной координаты точки падения воды на почву от угла α (или от времени, поскольку $\alpha = \omega t$). В верхней части рисунка показаны положения вращающейся трубки, соответствующие не-

скольким характерным углам. Уже из этого графика видна неравномерность полива. В нижней части этого же рисунка построен график функции $|d\alpha/d\bar{x}|$, характеризующей плотность распределения воды по поверхности почвы. Действительно, при повороте на угол $d\alpha$ вода, выброшенная за соответствующий отрезок времени $dt = d\alpha/\omega$, попадает на участок $d\bar{x}$ (считаем, что она тут же поглощается почвой). Видно, что в некоторые моменты времени плотность полива обращается в бесконечность. И понятно почему – в эти моменты (при $\alpha = \alpha_m$) струя воды, падающей на почву, на мгновение останавливается, меняя направление своего движения по поливаемой поверхности. А в изложенной теории струя считается бесконечно тонкой линией, несущей конечный расход воды.

«Но, – сказал себе Студент, – струя не линия, она уже на выходе из трубки имеет диаметр $2r_0$, а при дальнейшем движении еще может распадаться на капли, которые тормозятся в воздухе; и центробежная сила инерции может как-то изменить распределение давления по оси струи; и... следовательно, вся теория нуждается в проверке, доработке...» И много еще мыслей толпилось в голове Студента.

А что же огород? Спросите у бабушки...