

дите по этим данным величину R .

Легко понять, что показание вольтметра, который включен в диагональ мостика, должно быть меньше – через него течет только часть полного тока. Ясно, что эта часть составляет $0,5/3 = 1/6$. Мостик не должен быть уравновешен – иначе вольтметр в диагонали показал бы ноль. Тогда можно решить задачу устно. Сумма токов через резисторы сопротивлением R и $3R$ равна полному току 2 мА. Разность таких же токов равна одной шестой этого значения, т.е. $1/3$ мА. Значит, токи эти равны $7/6$ мА и $5/6$ мА соответственно. Напряжение на резисторе сопротивлением $3R$ равно произведению меньшего тока на это сопротивление, т.е. $15R/6$ (В), напряжение на меньшем резисторе составляет $7R/6$ (В). Разность этих напряжений равна 0,5 В. Тогда $8R/6 = 0,5$, откуда

$$R = 3/8 \text{ кОм} = 0,375 \text{ кОм} = 375 \text{ Ом}.$$

При решении мы использовали соображения симметрии – в этой схеме токи через одинаковые резисторы равны между собой.

Р.Схемов

Ф1711. Резистор сопротивлением 100 Ом подключен к сети переменного напряжения 220 В, 50 Гц последовательно с диодом (идеальный диод имеет нулевое сопротивление при пропускании через него тока одной полярности и бесконечное сопротивление при попытке пропустить ток другой полярности). Найдите среднюю мощность, выделяющуюся в резисторе в виде тепла. Во сколько раз изменится эта мощность при подключении параллельно резистору конденсатора емкостью 1 мкФ? А при подключении конденсатора емкостью 1000 мкФ?

Легко подсчитать мощность без подключения конденсатора: диод «убирает» половину каждого периода, уменьшая мощность вдвое, т.е.

$$P = \frac{0,5U^2}{R} = \frac{0,5(220)^2}{100} \text{ Вт} = 242 \text{ Вт}$$

(220 В – это действующее, или эффективное значение напряжения).

Если параллельно резистору включить конденсатор очень большой емкости, то напряжение на резисторе перестанет быть переменным – оно постоянно будет равно амплитудному значению напряжения сети, и мощность возрастет ровно вчетверо (понятно, что конденсатор не дает лишней энергии – он просто помогает резистору эффективнее грабить источник). При очень малой емкости конденсатора мощность останется практически такой же, как и без него.

Теперь нужно понять – что же такое «очень большая» и «очень маленькая» емкости, что с чем тут нужно сравнивать. Проще всего сравнить период сетевого напряжения: при частоте 50 Гц он составляет 0,02 с и так называемое характерное время τ для цепи конденсатор–резистор: оно определяется произведением RC и для конденсатора емкостью 1 мкФ составляет 0,0001 с, а для конденсатора емкостью 1000 мкФ – 0,1 с.

Все это очень мило и грамотно, но это все же не решение нашей задачи – полное решение должно включать разумную числовую оценку изменения мощности при подключении каждого конденсатора. Для конденсатора емкостью 1 мкФ нужно разобраться, в какой момент диод запира-

ется и конденсатор начинает снабжать накопленной энергией резистор. Если диод заперт, а напряжение конденсатора U , то ток равен $I = U/R$ (пока напряжение конденсатора не успело заметно упасть), при этом скорость уменьшения напряжения конденсатора со временем равна

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{(\Delta Q/C)}{\Delta t} = \frac{U}{RC}$$

Если напряжение сети в этот момент спадает круче, то диод остается закрытым – чем дальше, тем круче спадает напряжение сети (пока не достигнет нуля), а конденсатор, наоборот, разряжается все медленнее (см. рисунок). В противном случае диод снова откроется, и конденсатор будет подключен к источнику (придется ждать уменьшения напряжения). Возьмем производную по времени от переменного напряжения сети (нам нужен спадающий участок) и приравняем полученному выше выражению для напряжения конденсатора (это тоже спадающая функция, производная ее отрицательна). Пусть напряжение в сети меняется по закону $U(t) = U_0 \cos \omega t$, тогда получим

$$-U_0 \omega \sin \omega t = -\frac{U_0 \cos \omega t}{RC}$$

Для частоты 50 Гц имеем $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$. Получается, что диод запирается при напряжении, примерно равном $U_1 = 9,8$ В, и накопленную энергию при запираии диода конденсатор 50 раз в секунду будет отдавать резистору, создавая добавочную мощность

$$P_1 \approx f \frac{CU_1^2}{2} = 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{100}{2} \text{ Вт} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}.$$

Но по сравнению со схемой без конденсатора мы несколько завысили оценку добавочной мощности – при запертом диоде в резистор не поступает мощность от сети, которая меньше мощности, отдаваемой конденсатором, но все же не равна нулю. Учет этой мощности снижает добавку еще примерно в три раза.

Для конденсатора большой емкости тоже нужно уточнить расчет – ведь напряжение его не остается равным амплитуде сети, а медленно спадает (до U_2). Приблизительный учет этого уменьшения можно провести, считая ток разряда близким к постоянному. Аккуратный расчет показывает, что при подключении конденсатора емкостью 1000 мкФ мощность возрастает не в 4, а примерно в 3,5 раза. В общем, кроме разговоров о том, что какая-то величина очень-очень мала, должна быть и разумная оценка этой величины, пусть и грубая.

А.Теплов

Ф1712. Плосковыпуклая линза сделана из стекла с коэффициентом преломления $n = 1,5$ и имеет диаметр $D = 5$ см. Радиус выпуклой сферической поверхности $R = 5$ см. На плоскую поверхность линзы вдоль ее главной оптической оси падает широкий параллельный пучок

