тивлениями R, $2R$ и $3R$. Какое количество теплоты выделится за большое время на каждом из этих резисторов?

А.Зильберман

Ф1725. Катушка индуктивности содержит много витков и намотана из проволоки с высоким удельным сопротивлением. Выводы катушки замкнуты между собой, около катушки расположен сильный постоянный магнит. Магнит очень быстро убирают, при этом в цепи появляется ток. За первые 100 мс выделяется 0,01 Дж тепла, за следующие 100 мс – еще 0,006 Дж. Какое общее количество теплоты выделится в цепи за большое время?

З.Рафаилов

Ф1726. Цепочку из трех одинаковых резисторов сопротивлением R каждый и двух идеальных диодов подключили к источнику переменного напряжения с амплитудой U_0 (рис.4). Найдите среднюю тепловую мощность, выделяющуюся на каждом из резисторов.

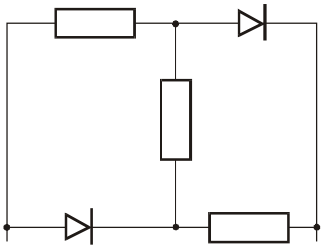


Рис.4

Р.Старов

Ф1727. В большом спортивном зале стены, пол и потолок оклеены звукопоглощающими (полностью поглощающими звук) покрытиями. На высоте h = 5 см от пола находится мощный точечный источник звука частоты f = 2000 Гц, излучающий звуковые волны равномерно во все стороны. Микрофон малых размеров находится на высоте H = 3 м от пола на расстоянии L = 4 м по горизонтали от источника. Подключенный к микрофону чувствительный вольтметр показывает амплитуду переменного напряжения U = 0,01 В. Как изменятся показания этого вольтметра, если удалить звукопоглощающее покрытие на полу под микрофоном? Считайте, что от пола звуковые волны отражаются без потерь энергии. Какими будут показания вольтметра в том случае, когда покрытие на полу будет восстановлено, но оно окажется очень тонким, качеством похуже и будет поглощать только половину падающей энергии волны, а ослабленная волна будет отражаться от пола зеркально?

Р.Александров

Решения задач М1691–М1695, Ф1703–Ф1712

М1691. *Докажите, что любой четырехугольник можно разрезать на три трапеции.*

Если четырехугольник является параллелограммом или трапецией, то разрезание осуществляется просто, как показано на рисунке 1.

Если же четырехугольник $ABCD$ (выпуклый или невыпуклый) не является параллелограммом или трапецией, то разрезание осуществляется таким образом.

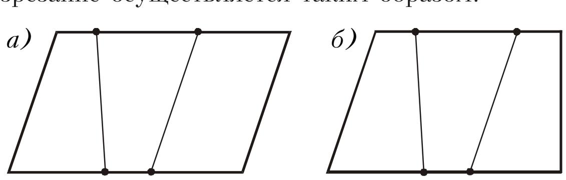


Рис.1

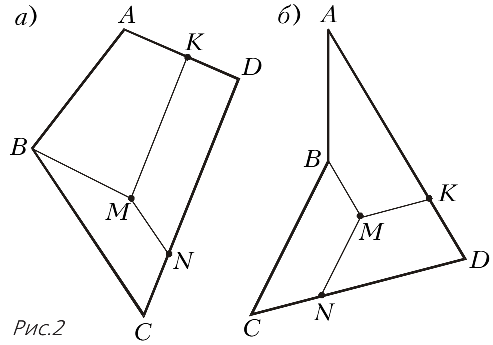


Рис.2

Пусть B – *наибольший* внутренний угол данного четырехугольника $ABCD$. Проведем разрез BM из вершины B, параллельный стороне AD (точка M попадет внутрь четырехугольника). Из точки M проводим разрезы MN и MK, параллельные сторонам BC и CD соответственно (рис.2).

После чего необходимое разрезание налицо.

В.Произволов

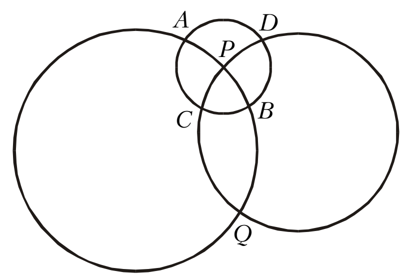
М1692. *Числа a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите неравенство*

$$\frac{a^2+2bc}{b^2+c^2}+\frac{b^2+2ca}{c^2+a^2}+\frac{c^2+2ab}{a^2+b^2}>3\,.$$

Ввиду неравенства треугольника $a^2>(b-c)^2$. Отсюда $a^2+2bc>b^2+c^2$. Правая часть положительна, и на нее можно разделить. Получаем, что первое слагаемое в левой части доказываемого неравенства больше 1. То же верно для двух других слагаемых. Поэтому их сумма больше 3.

В.Сендеров

М1693. *Две окружности пересекаются в точках P и Q. Третья окружность с центром в точке P пересекает первую в точках A, B, а вторую – в точках C и D (см. рисунок). Докажите, что углы AQD и BQC равны.*



Треугольники APB и DPC равнобедренные. Обозначим углы при их основаниях $\angle ABP=\angle BAP=\alpha$, $\angle DCP=\angle CDP=\beta$. Четырехугольники $AQBP$ и $DQCP$ вписанные, отсюда $\angle AQP=\angle ABP=\alpha$ и $\angle DQP=\angle DCP=\beta$. Получаем: $\angle AQD=\angle AQP+\angle DQP=\alpha+\beta$. Далее, $\angle BQP=\angle BAP=\alpha$, также $\angle CQP=\beta$ и $\angle BQC=\angle BQP+\angle CQP=\alpha+\beta$. Значит, $\angle AQD=\angle BQC$.

А.Заславский

М1694. *Парабола $y=-x^2+b_1x+c_1$ и парабола $y=-x^2+b_2x+c_2$ касаются параболы $y=ax^2+bx+c$, $a>0$. Докажите, что прямая, проходящая через точки касания, параллельна общей касательной к первым двум параболам.*

Пусть Π_1, Π_2, Π_3 – данные параболы, KL – общая касательная к Π_1 и Π_2, Π_3 касается Π_1 и Π_2 в точках A и B. Вычтем из всех трех квадратных трехчленов функцию $f(x)=a_3x+b_3$, где $y=a_3x+b_3$ – уравнение прямой AB.