

Задача 5. В комнате на столе лежит плоское зеркало, на котором находится тонкая плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 40$ см (рис.6). По потолку ползет муха со скоростью $v = 2$ см/с. Расстояние от потолка до зеркала $h = 220$ см. На каком расстоянии от зеркала находится изображение мухи

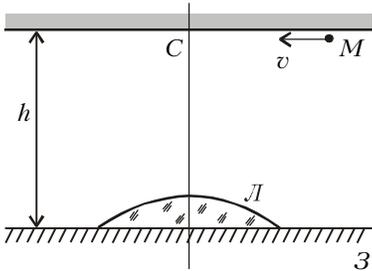


Рис. 6

в данной оптической системе? Чему равна скорость изображения мухи в тот момент, когда она пересекает главную оптическую ось линзы (в точке С)?

Построим изображение мухи в оптической системе линза – зеркало – линза. На рисунке 7 точка M_1 – первое изображение мухи, даваемое линзой, а M_2 – изображение мухи, даваемое линзой после отражения лучей от зеркала. Запишем формулу линзы для первого случая:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$$

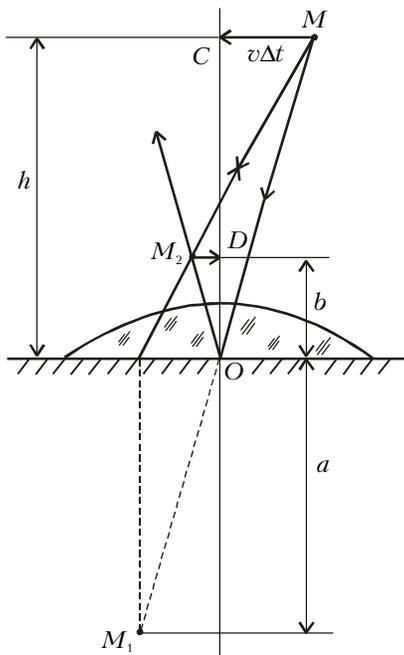


Рис. 7

и для второго:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

Отсюда находим искомое расстояние:

$$b = \frac{Fh}{2h - F} = 22 \text{ см.}$$

Из подобия треугольников OCM и ODM_2 имеем

$$\frac{CM}{DM_2} = \frac{v\Delta t}{u\Delta t} = \frac{h}{b}$$

где u – скорость изображения мухи. Таким образом,

$$u = v \frac{b}{h} = 0,2 \text{ см/с.}$$

Задача 6. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см расположено плоское зеркальце на расстоянии $L = 3F$ от линзы (рис.8). Зеркальце вращается с угловой скоростью $\omega = 0,1 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и

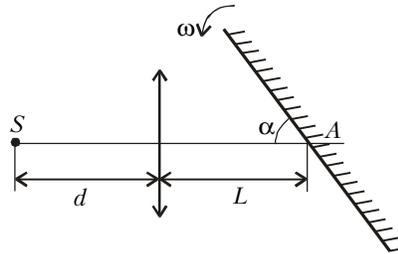


Рис. 8

проходящей через точку A . На расстоянии $d = 5F/4$ от линзы находится точечный источник света S . На каком расстоянии от точки A получится изображение источника в системе линза – зеркальце в результате однократного прохождения лучей от источника через линзу? Найдите скорость (модуль и угол между вектором скорости и главной оптической осью) этого изображения в момент, когда угол между плоскостью зеркальца и главной оптической осью $\alpha = 60^\circ$.

Построение изображения источника в данной оптической системе показано на рисунке 9. Здесь S_1 – изображение источника, даваемое линзой, S_2 – изображение «источника» S_1 в зеркальце. Из формулы линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

находим

$$f = \frac{Fd}{d - F} = 5F = 100 \text{ см.}$$

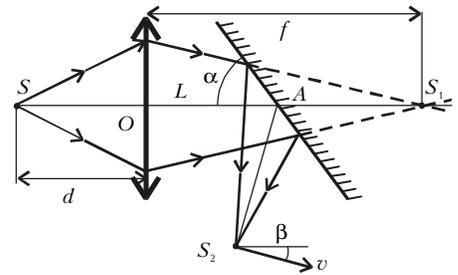


Рис. 9

Из соображений симметрии $AS_2 = AS_1$, а $AS_1 = f - L$. Отсюда находим искомое расстояние:

$$AS_2 = f - L = 2F = 40 \text{ см.}$$

Вектор скорости изображения \vec{v} перпендикулярен отрезку AS_2 и с оптической осью составляет угол

$$\beta = 2\alpha - \frac{\pi}{2} = 30^\circ.$$

Модуль скорости изображения равен

$$v = \frac{\Delta\beta}{\Delta t} AS_2 = 2 \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} AS_2 = 2\omega \cdot 2F = 8 \text{ см/с.}$$

Упражнения

1. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 15$ см прикреплена к стенке аквариума, заполненного водой ($n = 4/3$). На линзу под углом α падает параллельный пучок света. Известно, что луч, прошедший сквозь линзу на расстоянии h от ее оптического центра, не изменяет своего направления. Найдите угол α , если $h = 5$ мм.

2. Точечный источник света расположен на главной оптической оси рассеивающей линзы в ее фокусе. Оптическая сила линзы $D = 4$ диоптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если линзу повернуть на угол $\alpha = 30^\circ$ относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через оптический центр линзы?

3. На главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см расположено плоское зеркальце на расстоянии $L = 4,2F$ от линзы (см. рис.8). Зеркальце вращается с угловой скоростью $\omega = 0,05 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку A . На расстоянии $d = 4F$ от линзы находится точечный источник света S . На каком расстоянии от точки A получится изображение источника в системе линза – зеркальце в результате однократного прохождения лучей от источника через линзу? Найдите скорость (модуль и угол между вектором скорости и главной оптической осью) этого изображения в момент, когда угол между плоскостью зеркальца и главной оптической осью $\alpha = 40^\circ$.