

Ф1713. Система состоит из большого тела массой M , к которому прикреплены два блока, и двух одинаковых гладких тел массой $M/5$ каждое (рис.3). Каким должен

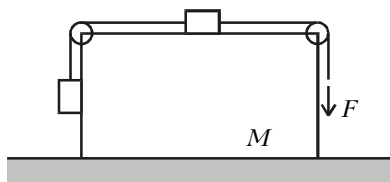


Рис.3

быть коэффициент трения между большим телом и поверхностью стола, чтобы это тело могло оставаться неподвижным при любых значениях направленной вертикально вниз силы \vec{F} ? Нити считать легкими и нерастяжимыми, трение учитывать только между поверхностью стола и большим телом. Считайте, что за время решения этой задачи тела не успеют удариться о блоки.

З.Рафаилов

Ф1714. Внутри большого теплоизолированного сосуда находится 32 г кислорода, температура сосуда и кислорода 300 К, манометр показывает давление 1 атм. Еще внутри сосуда находится очень легкая капсула, содержащая 1 г гелия при температуре 500 К. Капсула лопается, и гелий выходит из нее в сосуд. Как будут меняться со временем показания манометра? Теплоемкость большого сосуда составляет 1000 Дж/К.

А.Теплов

Ф1715. Собрана схема из трех одинаковых батареек по 9 В и четырех одинаковых вольтметров (рис.4). Найдите показания приборов.

А.Повторов

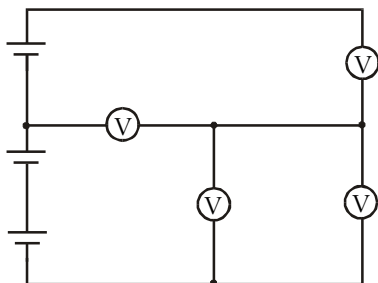


Рис.4

Ф1716. Две одинаковые катушки индуктивности расположены недалеко друг от друга. Одна из них подключена к источнику синусоидального переменного напряжения последовательно с амперметром, к концам другой катушки подключен второй амперметр. Амперметры показывают 1 А и 0,2 А (угадайте сами, какой из них показывает 1 А, а какой 0,2 А). Один из амперметров отключают (при отключении амперметра цепь разрывается). Что покажет после этого оставшийся амперметр? Катушки, приборы и источник можно считать идеальными. Сопротивление проводов пренебрежимо мало.

Р.Александров

Ф1717. На расстоянии $d = 0,6$ см от центра стеклянного шара радиусом $R = 1$ см находится точечный источник света. При каких значениях коэффициента преломления стекла n весь испускаемый источником световой поток выйдет наружу? Оцените долю вышедшего наружу потока при $n_1 = 1,6$. Снаружи – вакуум; источник излучает во все стороны равномерно.

А.Зильберман

Решения задач М1681–М1690, Ф1698–Ф1702

М1681. Квадрат целого числа оканчивается на ...21. Может ли третья цифра справа быть четной?

Ответ: не может.

Число y , возводимое в квадрат, оканчивается на 1 или на 9.

Пусть $y = 10a + 1$. Так как $2a$ оканчивается на 2, то последней цифрой y будет $a - 1$ или 6.

Пусть $y = 10a + 9$. Так как $8(a + 1)$ оканчивается на 2, то $a + 1$ – на 4 или на 9. Итак, последней цифрой a будет 3 или 8. Но

$$11^2 = 121, 61^2 = 3721,$$

$$39^2 = 1521, 89^2 = 7921.$$

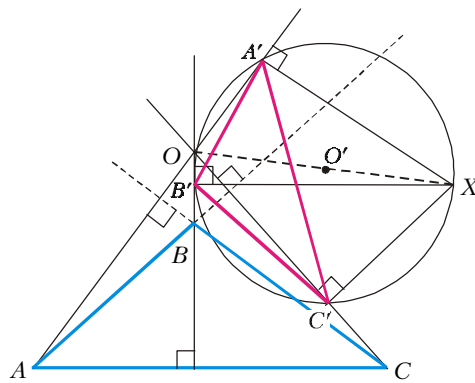
Значит, третья цифра справа всегда нечетна.

Наметим другое решение. Если третья цифра четна, то $y^2 \equiv 5 \pmod{8}$ – противоречие: квадрат нечетного числа при делении на 8 дает остаток 1.

В.Сеидеров

М1682. Из какой-либо точки плоскости опускаются перпендикуляры на высоты треугольника (или на их продолжения). Докажите, что основания перпендикуляров являются вершинами треугольника, подобного исходному.

Для исходного треугольника ABC основания названных перпендикуляров, опущенных из точки X , – точки A' , B' и C' , а точка O – точка пересечения его высот (см. рисунок).



Заметим, что углы $C'XB'$ и BAC , а также $A'XB'$ и ACB равны. Соединим точки X и O . Очевидно, что точки A' , B' и C' лежат на одной окружности с центром в середине XO (эти точки являются вершинами прямых углов, опирающихся на XO). Поэтому угол $C'XB'$ равен углу $C'A'B'$, а угол $A'XB'$ равен углу $A'C'B'$, следовательно, треугольники ABC и $A'B'C'$ подобны.

Р.Кудинов

М1683. Имеется 20 бусинок десяти цветов, по две бусинки каждого цвета. Их как-то разложили в 10 коробок. Известно, что можно выбрать по бусинке из каждой коробки так, что все цвета будут представлены. Докажите, что число способов такого выбора есть ненулевая степень двойки.

Ясно, что пустых коробок нет. Если имеется коробка, в которой находится только одна бусинка, то эта бусинка в