банок проходит через линию за смену длительностью T?

2. Тело массой m удерживается в покое на горке силой $\vec{F}$, направленной под углом β к поверхности горки (рис.2). С каким ускорением будет двигаться тело, если на него будет действовать такая же по величине сила,

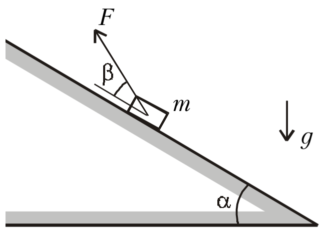

Рис. 2

но направленная вверх вдоль поверхности горки? Угол между поверхностью горки и горизонтом α. Трения нет.

3. В лифте, поднимающимся с постоянной скоростью v, подвешен на пружине жесткостью k груз массой M. Определите величину минимальной силы натяжения пружины после резкой остановки лифта.

4. После удара по шайбе она, скользя по льду, упруго ударилась о бортик и, вернувшись на прежнее место, остановилась. На каком расстоянии от бортика шайба находилась во время удара, если ее начальная скорость равнялась v? Коэффициент трения скольжения шайбы о лед μ.

5. Два одинаковых бруска лежат на плоскости. Пуля, летящая горизонтально, пробивает последовательно оба бруска навылет. Какой брусок пройдет большее расстояние до остановки при наличии трения? Сила сопротивления пули в древесине не зависит от скорости.

11 класс

1. Решите задачу 3 для 9 класса.

2. Решите задачу 1 для 10 класса.

3. Решите задачу 5 для 10 класса.

4. В герметичном сосуде объемом V, заполненном воздухом при давлении p_0, половину объема занимал надутый тоже воздухом резиновый шарик. После того как шарик лопнул и в сосуде установилась прежняя температура, давление там увеличилось на 10%. Каково было давление воздуха в шарике до его разрыва?

5. Конденсатор емкостью C, имеющий вначале разность потенциалов на

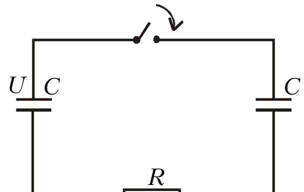

Рис. 3

обкладках U (рис.3), после замыкания ключа разряжается через резистор сопротивлением R на незаряженный вначале такой же конденсатор. Каков будет ток в цепи в момент, когда напряжение на первом конденсаторе уменьшится до $2U/3$?

Первое задание по математике

9 класс

1. У бойца имелось не более 400 патронов, из которых 68,4% он выпустил по врагу во время перестрелки. Сколько патронов у него осталось?

2. Три окружности, проходящие через точку M, попарно пересекаются в точках A, B, C. Через точку A проведена прямая, пересекающая две из этих окружностей в точках D и E. Докажите, что точка F пересечения прямых BD и CE лежит на третьей окружности.

3. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что площади треугольников AOB, BOC, COA равны. Докажите, что точка O совпадает с точкой пересечения медиан треугольника ABC.

4. Докажите, что при любом нечетном n, большем 1, произведение

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n-1}\right)\times 2\times 3\ldots\times(n-1)$$

делится на n.

5. Внутри квадрата со стороной 1 произвольно выбраны 5 точек. Докажите, что обязательно найдутся такие две из данных точек, что расстояние между ними не больше $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}\left(y+\dfrac{1}{y}\right), \\ y=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{1}{z}\right), \\ z=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{x}\right). \end{cases}$$

10 класс

1. Из одного города в другой вниз по реке корабль плывет сутки, а обратно двое. За какое время можно добраться из верхнего города в нижний на плоту?

2. В треугольнике ABC, вписанном в окружность с центром O, проведены высоты AF и BG. Докажите, что отрезки OC и FG перпендикулярны.

3. Прямоугольник, у которого одна из сторон в два раза длиннее другой, несколькими сквозными разрезами, параллельными его сторонам, разделили на прямоугольники. Оказалось, что сумма периметров этих прямоугольников в 101 раз больше периметра исходного прямоугольника. Какое наибольшее число прямоугольников могло при этом получиться? Приведите обоснование ответа.

4. В 400 коробках лежат 1999 шариков. Из любой коробки разрешается взять ровно 5 или 13 шариков и переложить их в любую другую коробку. Докажите, что с помощью таких операций можно собрать все шарики в одной коробке.

5. На сторонах AB, BC и CA треугольника ABC точки A_1, B_1, C_1 расположены так, что $AC_1 = 2C_1B$, $BA_1 = 2A_1C$, $CB_1 = 2B_1A$. Докажите, что площадь треугольника, образованного при пересечении отрезков AA_1, BB_1, CC_1, составляет $\frac{1}{7}$ от площади треугольника ABC.

6. Докажите, что уравнение

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\ldots+\frac{1}{x_n}+\frac{1}{x_1x_2x_3\ldots x_n}=1$$

всегда имеет решение в целых положительных числах.

11 класс

1. Трава на лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что если выпустить на луг 20 коров, то они съедят траву полностью за 8 часов, а если выпустить на тот же луг 26 коров – то за 6 дней. Какое наибольшее число коров может кормиться на этом лугу все лето? Аппетит у всех коров в течение лета одинаков и неизменен. Скорость роста травы постоянна.

2. На координатной плоскости определите координаты точки, симметричной точке (7; 3) относительно прямой, заданной уравнением $5x + 13y = 1$.

3. Пусть x и y – действительные числа. Докажите, что равенство

$$\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\left(y+\sqrt{1+y^2}\right)=1$$

выполняется тогда и только тогда, когда $x + y = 0$.

4. Найдите отношение объемов правильного тетраэдра и правильного октаэдра, ребра которых равны 1.

5. Имеется квадратная таблица 8×8. Докажите, что невозможно расставить в ее клетках числа 1, 2, 3, 4, …, 63, 64 так, чтобы числа в соседних клетках отличались не больше чем на 4.

6. Решите уравнение

$$\frac{1}{\cos x\cdot\cos 2x}+\frac{1}{\cos 2x\cdot\cos 3x}+\ldots+\frac{1}{\cos 100x\cdot\cos 101x}=0.$$