

и закон сохранения импульса:

$$\sqrt{2m_\alpha E_\pi} = (M_O + m_p)u,$$

где  $M_O$  – масса ядра атома кислорода, а  $m_p$  – масса протона. Исключая из уравнений скорость  $u$ , получим

$$Q = E_\pi \left( 1 - \frac{m_\alpha}{M_O + m_p} \right).$$

Пусть теперь кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  $T_\alpha$  больше  $E_\pi$ , а образовавшийся в результате реакции протон неподвижен. Законы сохранения энергии и импульса в этом случае будут иметь вид

$$T_\alpha = \frac{M_O v^2}{2} + Q, \quad \sqrt{2m_\alpha T_\alpha} = M_O v,$$

где  $v$  – скорость ядра атома кислорода. После исключения из этих уравнений скорости  $v$ , получим

$$\begin{aligned} T_\alpha &= Q \frac{M_O}{M_O - m_\alpha} = \\ &= E_\pi \frac{M_O (M_O + m_p - m_\alpha)}{(M_O - m_\alpha)(M_O + m_p)}. \end{aligned}$$

Энергия  $\alpha$ -частицы будет больше пороговой энергии на величину

$$\begin{aligned} T_\alpha - E_\pi &= E_\pi \frac{m_\alpha m_p}{(M_O - m_\alpha)(M_O + m_p)} \approx \\ &\approx 0,025 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

**Задача 6.** В настоящее время в природном уране содержится  $\eta_1 = 99,28\%$  урана-238 и  $\eta_2 = 0,72\%$  урана-235. Вычислите возраст Земли в предположении, что в момент ее образования количества обоих изотопов урана были одинаковыми. Периоды полураспада ядер  $^{238}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  равны, соответственно  $\tau_1 = 4,56 \cdot 10^9$  лет и  $\tau_2 = 0,71 \cdot 10^9$  лет.

Воспользуемся основным законом радиоактивного распада

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-t/\tau},$$

где  $N(t)$  – число нераспавшихся ядер через произвольное время  $t$  после начала отсчета,  $N_0$  – число нераспавшихся ядер в момент начала отсчета,  $\tau$  – период полураспада данных ядер. В нашем случае за начало отсчета времени мы выбираем момент образования Земли. Пусть  $N_0$  – число ядер каждого изотопа в природном уране на момент образования Земли, тогда число этих ядер в настоящий момент  $t$  равно

$$N_1(t) = N_0 \cdot 2^{-t/\tau_1} \text{ и } N_2(t) = N_0 \cdot 2^{-t/\tau_2}.$$

Поделив одно равенство на другое, получим

$$\frac{N_1(t)}{N_2(t)} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = 2^{t \left( \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)}.$$

Прологарифмировав обе части данного уравнения, найдем возраст Земли:

$$t = \frac{\ln(\eta_1/\eta_2)}{\ln 2} \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ лет}.$$

### Упражнения

**1.** В 1989 году впервые наблюдалось образование протониема – атома, состоящего из протона и антипротона (частица с массой протона и зарядом, равным по величине и по знаку заряду электрона). Определите энергию излучения, соответствующую переходу протониема из состояния с  $n = 2$  в состояние с  $n = 1$ .

**2.** При слиянии протона и ядра трития образуются  $\alpha$ -частица (ядро атома гелия) и  $\gamma$ -квант:  $^1_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + \gamma$ . Дефект масс ядра  $^4_2\text{He}$  составляет 0,0304 а.е.м. (1 а.е.м. соответствует энергии 931,5 МэВ). Кинетическая энергия частиц, образующихся в реакции  $^3_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + 2^1_0n$ , на 11,3 МэВ больше кинетической энергии исходных частиц. Определите энергию, уносимую  $\gamma$ -квантом в первой реакции. Кинетическими энергиями протона, ядра трития и  $\alpha$ -частицы можно пренебречь.

**3.** При захвате нейтрона ядром лития происходит ядерная реакция  $^6\text{Li} + n = ^3\text{H} + ^4\text{He}$ , в которой выделяется энергия  $Q = 4,8$  МэВ. Найдите распределение кинетической энергии между продуктами реакции. Кинетическую энергию исходных частиц считайте пренебрежимо малой.

**4.** Определите энергию, уносимую за 1 час  $\alpha$ -частицами, получающимися при распаде 1 г радия ( $^{226}\text{Rd}$ ), если скорость  $\alpha$ -частиц равна  $1,51 \cdot 10^9$  см/с, а период полураспада радия составляет 1602 года.

## О Л И М П И А Д Ы

# XXV Всероссийская математическая олимпиада школьников

### Зональный этап

По традиции, зональный (четвертый) этап математической олимпиады 1998/99 учебного года проходил в дни весенних школьных каникул. В этом году олимпиаду принимали Иваново, Курск, Пермь и Барнаул. В олимпиаде участвовали около 350 учащихся 8, 9, 10 и 11 классов – победителей областных олимпиад. Соревнования проводились в два дня. В каждый из этих дней участникам было предложено решить по четыре задачи в течение четырех часов.

По просьбе членов жюри олимпиады школьники каждой параллели назвали лучшие с их точки зрения задачи. Таковыми стали задачи: 7 для 8 класса («домино»), 4 для 9 и 10 классов («лабиринт»), 3 для 11 класса («болтуны и молчуны») и 4 для 11

### класса («большие грани»).

#### Задачи

#### 8 класс

**1.** Отец с двумя сыновьями отправились навестить бабушку, которая живет в 33 км от города. У отца есть мотороллер, скорость которого 25 км/ч, а с пассажиром – 20 км/ч (двух пассажиров на мотороллере перевозить нельзя). Каждый из братьев идет по дороге со скоростью 5 км/ч. Докажите, что все трое доберутся до бабушки за 3 часа.