

Задачи по атомной и ядерной физике

В.МОЖАЕВ

В НАЧАЛЕ НАШЕГО (УЖЕ УХОДЯЩЕГО) века было установлено, что атом любого химического элемента состоит из положительно заряженного ядра и окружающей его электронной оболочки, электроны которой обращаются вокруг ядра под действием электрических сил. Линейные размеры ядер порядка $10^{-13} - 10^{-12}$ см, а размеры самих атомов, определяемые электронными оболочками, примерно в 10^5 раз больше. Несмотря на малый относительный размер ядра, почти вся масса атома (99,95%) сосредоточена именно в нем. Это связано с тем, что электронная оболочка состоит только из электронов (e), а в состав ядра входят значительно более тяжелые протоны (p) и нейтроны (n): $m_p = 1836,15 m_e$, $m_n = 1836,68 m_e$.

Если строение и свойства электронной оболочки определяются электрическим полем ядра атома, то внутри ядра между нуклонами (протонами и нейтронами) действуют так называемые ядерные силы, которые в сотни раз более сильные, чем электромагнитные.

Атом является чисто квантово-механической системой. Однако и для таких систем выполняются фундаментальные законы сохранения полной энергии и импульса.

А теперь – несколько конкретных задач, в основе которых лежат именно законы сохранения.

Задача 1. На какое минимальное расстояние r могут сблизиться при лобовом столкновении центры α -частицы с кинетической энергией $T = 6$ МэВ и неподвижного ядра золота? Порядковый номер золота $Z_{Au} = 79$, а его массовое число $A_{Au} = 197$.

Будем рассматривать процесс лобового столкновения α -частицы с ядром золота в системе координат, в которой ядро золота первоначально покоилось. Очевидно, что при максимальном сбли-

жении α -частицы и ядра в этой системе координат они будут двигаться как единое целое с некоторой скоростью v . Запишем законы сохранения полной энергии и импульса для данной системы частиц. Поскольку кинетическая энергия α -частицы много меньше ее энергии покоя ($m_\alpha c^2 = 3730$ МэВ), полную энергию α -частицы (а тем более ядра золота) можно записать в нерелятивистском виде: как сумму энергии покоя и кинетической энергии.

Полная энергия системы наших частиц, когда они были на большом удалении друг от друга, равна

$$E_1 = m_\alpha c^2 + T + M_{Au} c^2,$$

а импульс этой системы равен

$$p_1 = \sqrt{2m_\alpha T},$$

где m_α – масса α -частицы (т.е. ядра атома гелия), M_{Au} – масса ядра золота, c – скорость света. В момент максимального сближения полная энергия системы составляет

$$E_2 = m_\alpha c^2 + M_{Au} c^2 + \frac{1}{2}(m_\alpha + M_{Au})v^2 + \frac{Z_{He}Z_{Au}e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где e – заряд электрона, r – расстояние между частицами. Импульс же составляет

$$p_2 = (m_\alpha + M_{Au})v.$$

Законы сохранения энергии и импульса будут иметь вид

$$T = \frac{1}{2}(m_\alpha + M_{Au})v^2 + \frac{Z_{He}Z_{Au}e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

$$\sqrt{2m_\alpha T} = (m_\alpha + M_{Au})v.$$

Из совместного решения этих уравнений найдем минимальное расстояние

между частицами:

$$r = \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_{Au}}\right) \frac{Z_{He}Z_{Au}e^2}{4\pi\epsilon_0 T} = \left(1 + \frac{A_{He}}{A_{Au}}\right) \frac{Z_{He}Z_{Au}e^2}{4\pi\epsilon_0 T} \approx 3,9 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Задача 2. Используя модель Бора для атома водорода, найдите дискретные уровни энергий и классические радиусы орбит электрона для водородоподобного атома (водородоподобным атомом называют ион с зарядом ядра Ze , вокруг которого вращается один электрон). Вычислите потенциал ионизации для атома водорода и радиус первой боровской орбиты.

Пусть масса ядра иона M_j , а масса электрона m_e . Между ионом и электроном действует электростатическая сила, и они вращаются по круговым орбитам относительно их общего центра масс. Если радиус орбиты ядра r_j , а радиус орбиты электрона r_e , то эти радиусы связаны между собой соотношением

$$M_j r_j = m_e r_e. \quad (1)$$

Уравнение движения электрона в системе центра масс имеет вид

$$\frac{m_e v_e^2}{r_e} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)^2}, \quad (2)$$

где v_e – скорость электрона. Отсюда следует, что кинетическая энергия электрона равна

$$T_e = \frac{m_e v_e^2}{2} = \frac{Ze^2 r_e}{8\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)^2}.$$

Аналогично, для ядра получаем

$$T_j = \frac{M_j v_j^2}{2} = \frac{Ze^2 r_j}{8\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)^2}.$$

Тогда суммарная кинетическая энергия иона составляет

$$T = T_e + T_j = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)}.$$

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия между ядром и электроном равна

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)},$$

а полная энергия иона –

$$E = T + U = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 (r_e + r_j)}. \quad (3)$$