меньше первой космической скорости. Можно считать Землю идеальным шаром, на котором нет атмосферы.

Пусть тело движется по круговой орбите с практически неизменной скоростью – это разумное упрощение, учитывая очень малое изменение расстояния до центра Земли. Выберем малый интервал времени τ и вычислим уменьшение расстояния от тела до центра Земли за это время. Тело «падает» с ускорением g и смещается «вбок» со скоростью $v = 0{,}99v_{\text{I}}$, где v_{I} – первая космическая скорость. Если бы мы бросили тело, придав ему первую космическую скорость, то в результате оно вовсе не приближалось бы к центру и не удалялось от него. В нашем случае квадрат нового расстояния до центра составит

$$\left(R-0{,}5g\tau^2\right)^2+(v\tau)^2=R^2-Rg\tau^2+0{,}25g^2\tau^4+\left(0{,}99v_{\text{I}}\tau\right)^2.$$

С учетом малости интервала времени τ, а также используя известное соотношение для первой космической скорости $v_{\text{I}}^2=gR$, получим изменение расстояния до центра Земли:

$$\Delta R=0{,}5g\tau^2\left(1-0{,}99^2\right).$$

Видно, что движение «вниз» – это просто равноускоренное движение с ускорением $a = 0{,}02g$. Время падения с этим ускорением с высоты $H = 1000$ м составит $\sqrt{2H/a}\approx$ ≈ 100 с, при этом тело пролетит вдоль окружности примерно 800 км.

З.Рафаилов

Ф1691. *Динамометр состоит из подставки и прикрепленной к ней однородной пружинки втрое меньшей массы. Один крючок динамометра соединен с подставкой, другой – со свободным концом пружинки. Два таких динамометра соединены «последовательно» – сцеплены двумя крючками, а внешние силы приложены к свободным крючкам. Приложим к этим крючкам противоположно направленные силы $\vec F$ и $\vec f$ – динамометры поедут по гладкой горизонтальной плоскости, вытянувшись вдоль линии действия сил. Считая, что пружинки не касаются витками оснований динамометров, определите показания приборов.*

Разберем вначале хорошо известную задачу о растяжении массивной пружинки, которую тянут за концы в противоположные стороны силами F_1 и F_2. При равенстве этих сил, т.е. когда $F_1 = F_2 = F$, удлинение пружинки жесткостью k равно $x = F/k$. При неравных силах – пусть для определенности $F_2 > F_1$ – найти растяжение сложнее, так как разные части пружинки будут растянуты неодинаково. Разобьем (мысленно) пружинку на большое число N одинаковых кусочков (можно было бы рассмотреть в качестве этих кусочков отдельные витки, но если число витков невелико, то подойдут и части витков). Жесткость каждого такого кусочка будет kN. Для части пружинки, содержащей n кусочков (рис.1) запишем

$$F_2-T_n=nma=n\frac{M}{N}\frac{F_2-F_1}{M}=n\frac{F_2-F_1}{N},$$

$$T_n=F_2-n\frac{F_2-F_1}{N}.$$

Суммируя удлинения кусочков, для всей пружинки

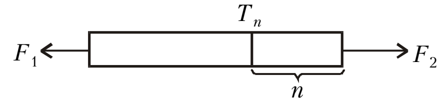

Рис.1

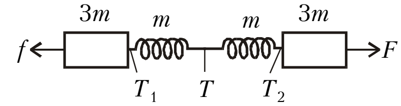

Рис.2

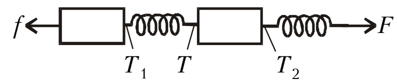

Рис.3

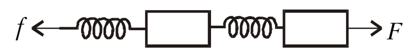

Рис.4

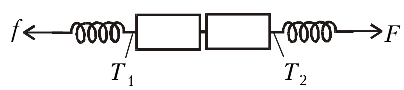

Рис.5

получим

$$x=\sum_1^N x_i=\sum_1^N\frac{T_i}{kN}=\frac{1}{kN}\left(\sum_1^N F_2-\sum_1^N n\frac{F_2-F_1}{N}\right)=$$

$$=\frac{1}{kN}\left(NF_2-\frac{F_2-F_1}{N}\frac{N(N+1)}{2}\right)=\frac{F_1+F_2}{2k}$$

(мы учли, что $N\gg 1$ и $N(N+1)/2\approx N^2/2$). Видно, что растяжение массивной пружинки определяется полусуммой растягивающих сил. Динамометр с такой пружинкой может двигаться и с ускорением, но его показания определяются именно деформацией пружинки.

Теперь рассмотрим различные варианты соединения динамометров (обозначения ясны из соответствующих рисунков).

1) Для схемы на рисунке 2 запишем

$$T-f=(3m+m)a=4m\frac{F-f}{8m},\ T=\frac{F+f}{2},$$

$$T_1-f=3m\frac{F-f}{8m},\ T_1=\frac{3}{8}F+\frac{5}{8}f.$$

Растяжение первой (левой) пружинки равно

$$\frac{T_1+T}{2k}=\frac{1}{k}\left(\frac{9}{16}f+\frac{7}{16}F\right),$$

показания первого динамометра –

$$\frac{T_1+T}{2}=\frac{9}{16}f+\frac{7}{16}F.$$

Аналогично,

$$T_2=\frac{3}{8}f+\frac{5}{8}F,\ \frac{T_2+T}{2k}=\frac{1}{k}\left(\frac{7}{16}f+\frac{9}{16}F\right),$$

показания второго (правого) динамометра –

$$\frac{T_2+T}{2}=\frac{7}{16}f+\frac{9}{16}F.$$

2) Для схемы на рисунке 3 –

$$T=\frac{f+F}{2},\ T_1-f=\frac{3}{8}(F-f),\ T_1=\frac{5}{8}f+\frac{3}{8}F,$$

$$F-T_2=\frac{1}{8}(F-f),\ T_2=\frac{7}{8}F+\frac{1}{8}f.$$