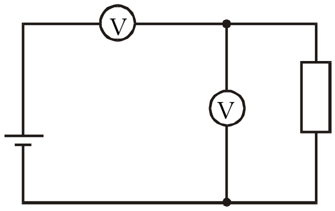


Рис.7

но одному из вольтметров подключают резистор, при этом показания вольтметров составляют 1,4 В и 3,1 В. Отключим теперь один из вольтметров. Что будет показывать оставшийся прибор? Напряжение батарейки можно считать неизменным.

Р.Схемов

Ф1710. В приведенной на рисунке 8 схеме использованы одинаковые вольтметры. Сопротивления двух резисторов одинаковы и равны каждый по R, двух других – по $3R$. Показания приборов составляют 2 мА, 3 В и 0,5 В. Найдите по этим данным величину R.

Р.Схемов

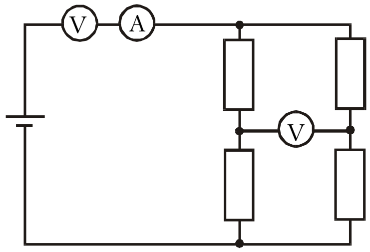


Рис.8

Ф1711. Резистор сопротивлением 100 Ом подключен к сети переменного напряжения 220 В, 50 Гц последовательно с диодом (идеальный диод имеет нулевое сопротивление при пропускании через него тока одной полярности и бесконечное сопротивление при попытке пропустить ток другой полярности). Найдите среднюю мощность, выделяющуюся в резисторе в виде тепла. Во сколько раз изменится эта мощность при подключении параллельно резистору конденсатора емкостью 1 мкФ? А при подключении конденсатора емкостью 1000 мкФ?

А.Теплов

Ф1712. Плосковыпуклая линза сделана из стекла с коэффициентом преломления $n = 1{,}5$ и имеет диаметр $D = 5$ см. Радиус выпуклой сферической поверхности $R = 5$ см. На плоскую поверхность линзы вдоль ее главной оптической оси падает широкий параллельный пучок лучей. Определите размер пятна на экране, расположенном за линзой перпендикулярно падающему пучку. Положение экрана было выбрано по минимальному размеру светлого пятна при узком (ограниченном диафрагмой) пучке лучей вдоль главной оптической оси.

А.Стеклов

Решения задач М1676–М1680, Ф1688–Ф1697

М1676. *Отрезок AB разбит на черные и белые отрезки так, что сумма длин черных равна сумме длин белых отрезков. Для каждого черного отрезка берем произведение его длины на расстояние от точки A до его середины и все такие произведения суммируем. Для каждого белого отрезка берем произведение его длины на расстояние от точки B до его середины и все такие произведения тоже суммируем. Докажите, что обе суммы равны.*

Нужно доказать, что «черная» сумма равна «белой» сумме. Построим параллелограмм $PAQB$ такой, что его стороны PA и QB равны и перпендикулярны диагонали AB (рис.1). Каждое слагаемое черной суммы равно площади черной трапеции, построенной над соответствующим черным отрезком, а каждое слагаемое белой суммы равно площади белой трапеции (на рисунке она заштрихована), построенной под соответствующим белым отрезком.

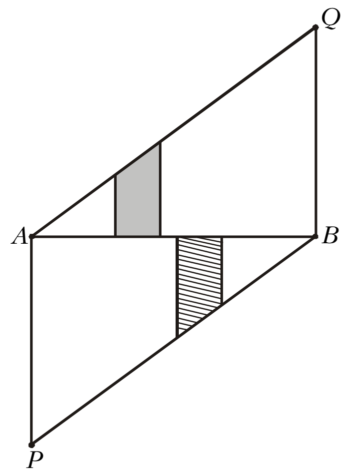


Рис.1

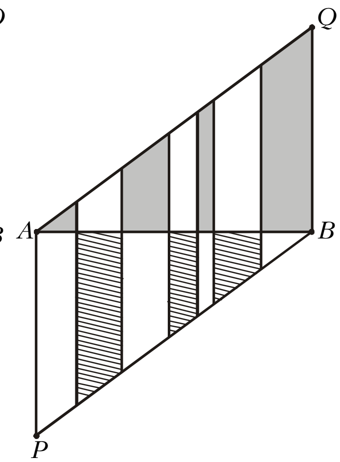


Рис.2

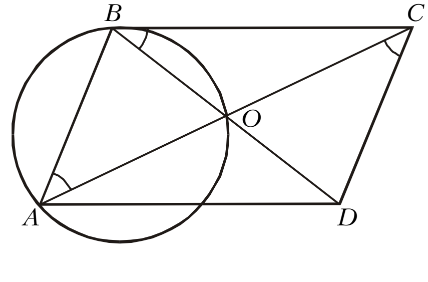
Значит, нужно доказать, что сумма площадей черных трапеций равна сумме площадей белых трапеций.

Разрежем параллелограмм $PAQB$ на вертикальные полосы, одни из которых содержат черные трапеции, а другие – белые (рис.2). Объединение полос (параллелограммов), содержащих черные трапеции, назовем фигурой F. В силу условия задачи площадь фигуры F равна половине площади параллелограмма $PAQB$. Площадь треугольника ABQ тоже равна половине площади $PAQB$. Значит, та часть площади параллелограмма $PAQB$, которая покрыта треугольником ABQ и фигурой F дважды (это все черные трапеции) равна той части площади параллелограмма $PAQB$, которая не покрыта ими вовсе (это все белые трапеции).

В.Произволов

М1677. *Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке O. Окружность, проходящая через точки A, O и B, касается прямой BC. Докажите, что окружность, проходящая через точки B, O и C, касается прямой CD.*

Углы OAB и OBC равны, так как первый вписан в окружность AOB, а второй образован касательной BC и хордой BO этой окружности (см. рисунок). Следовательно, углы OBC и OCD также равны, что эквивалентно утверждению задачи. Отметим, что параллелограмм, вершинами которого являются середины сторон данного, подобен исходному, поэтому задача допускает другую формулировку: в параллелограмме $ABCD$ углы CAB и DBC равны, $AD = 1$, найти AC.



А.Заславский

М1678. *В таблице из $n \times n$ клеток ($n \geq 3$) в каждой строке и в каждом столбце ровно в трех клетках*