

Сверхзвук на кончике бича

Г. МЕЛЕДИН

*Чуть помедленнее, кони, чуть помедленнее!
Не указчики вам кнут и плеть...*

В.С.Высоцкий

В НАШИ СТРЕМИТЕЛЬНО БЕГУЩИЕ дни ассоциации, связанные со словами «бич», «кнут», «плеть», не из приятных. Хотя можно вообразить и идиллическую картину: сонный, расплавленный жарой воздух, нависший над зеленью луга, вдруг разрывает резкий щелчок кнута, и стадо лениво поднимается, подчиняясь пастуху. Но нас будет интересовать лишь то, каким образом сравнительно небольшими усилиями можно добиться очень высоких скоростей, пусть на небольшом участке кнута, приводящих к характерному звуку.

Итак, о кнутах, видимо, слышали все, но лишь немногие держали его в руках, пробовали в действии и представляют реально, что при этом происходит.

Обычно кнут представляет собой короткую палку-кнотовище, к концу которой прикреплен сплетенный из кожи или жгута длинный (несколько метров), прочный, с уменьшающимся к свободному концу сечением собственно кнут. Взмахом сообщают кнуту скорость, а потом резким движением кнотовища вызывают движение прикрепленной к нему части кнута в противоположную сторону. Через некоторое время раздается сильный щелчок (если кнут непрочный, то в этот момент часть его может оторваться). Оказывается, щелчок возникает, когда величина скорости у конца кнута переходит через значение скорости звука (как при переходе звукового барьера сверхзвуковым самолетом). Это получается вследствие того, что начальная кинетическая энергия концентрируется на все уменьшающемся движущемся отрезке кнута – кнотовище и остальная часть кнута, прикрепленная к нему, при этом неподвижна. Быстро растет плотность кинетической энергии, и, соответственно, нарастает скорость.

Все это можно рассчитать, что мы и сделаем, разобрав предварительно две

задачи, в чем-то перекликающиеся с задачей о кнутах.

Задача о «сифоне-цепочке». Через гвоздь перекинули тонкую длинную цепочку с малыми неупругими звеньями так, что часть цепочки лежит на краю стола высотой h , а часть – на полу (рис.1). С какой установившейся ско-

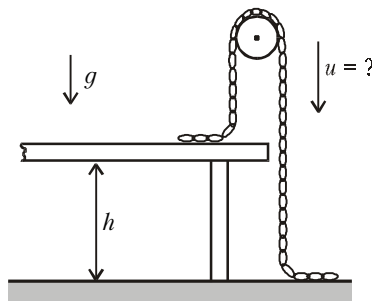


Рис. 1

ростью будет двигаться цепочка после того, как ее отпустят?

Введем линейную плотность цепочки $\rho = M/L$, где M – ее масса, а L – длина. Пусть установилась скорость u . Тогда за малое время Δt в движение вовлекается масса $\Delta m = \rho u \Delta t$, скорость которой изменяется от 0 до u , а импульс – от 0 до $\Delta p = \Delta m u = \rho u^2 \Delta t$. Этот импульс сообщает массе Δm сила тяжести $\rho h g$, действующая на неравновешенную часть цепочки. Исходя из второго закона Ньютона,

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mu)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} u + m \frac{\Delta u}{\Delta t}.$$

Так как рассматривается движение с установившейся скоростью, имеем

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} u = \frac{\rho u^2 \Delta t}{\Delta t} = \rho u^2 = \rho g h.$$

Отсюда получаем

$$u = \sqrt{gh}.$$

Заметим, что закон сохранения энергии $\Delta m g h = \Delta m u^2 / 2$ дает неправильный результат, так как часть приобретаемой при спуске энергии (ровно половина) теряется при неупругом ударе цепочки о пол.

Отметим также, что, если убрать гвоздь, т.е. рассматривать задачу о соскальзывании цепочки с края стола на пол, для нахождения установившейся скорости ни в решении, ни в ответе ничего не изменится.

Задача о нити в трубке. Внутри U-образной трубки массой M , находящейся на гладком столе, движется нерастяжимая нить массой m (рис.2; вид сверху). В начальный момент в каждом

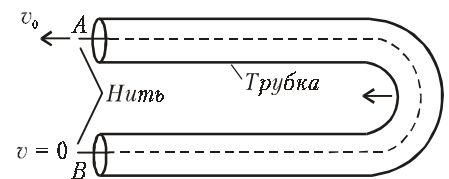


Рис. 2

колоне трубки находилось по половине нити, а сама трубка двигалась. При этом скорость конца A нити была равна v_0 , а скорость конца B – нулю. С какой скоростью будет двигаться трубка, когда нить вылетит из нее? Движение трубки допускается только вдоль ее прямолинейных участков, радиус трубки считать очень малым. Трением пренебречь.

Так как нить нерастяжима, заданное в начальный момент соотношение скоростей для концов нити возможно лишь при условии, что скорость u_0 трубки относительно стола в этот момент равна $v_0/2$ и направлена в ту же сторону, что и скорость конца нити A .

Перейдем в систему отсчета, где начальная скорость трубки равна нулю. В этой системе половина нити с концом A имеет скорость $v_0/2$, импульс $(m/2)(v_0/2)$ и кинетическую энергию $(m/2)(v_0/2)^2/2$. А половина нити с концом B имеет скорость $-v_0/2$, импульс $-(m/2)(v_0/2)$ и кинетическую энергию $(m/2)(v_0/2)^2/2$. Таким образом, вначале в этой системе отсчета полный импульс нити, а также импульс и кинетическая энергия трубки равны нулю. Энергия нити при этом равна $mv_0^2/8$. Пусть после вылета нити из трубки скорость нити равна v , а скорость трубки равна u . Тогда законы сохранения импульса и энергии можно записать