расположены в виде линейки, параллельной этой полоске. И лампа, и линейка датчиков расположены на подвижной каретке. Каретка движется с постоянной скоростью, и датчики через равные интервалы времени передают в компьютер изображение. Таким образом, при перемещении каретки получается много «срезов» объекта, из которых и состоит изображение. Пользуясь данным изображением, определите направление и скорость движения каретки сканера, если длина секундной стрелки (от оси до острия) составляет 15 мм.

А.Селиверстов

Ф1699. Очень легкая жесткая квадратная пластинка подвешена в горизонтальном положении на четырех одинаковых вертикальных нитях, прикрепленных к ее углам. Найдите ту область пластинки, куда можно положить точечный груз таким образом, чтобы все четыре нити в положении равновесия оказались натянутыми. Нити считать упругими, но очень слабо растяжимыми.

Р.Компанеец

Ф1700. Требуется перевести идеальный газ из состояния *1* с температурой T_1 в состояние *2* с температурой $T_2 > T_1$ таким образом, чтобы температура в течение всего обратимого процесса $1 \to 2$ не убывала, а тепло не отводилось от газа. Минимальное количество теплоты, которое передается газу в таком процессе, равно Q_1. Какое максимальное количество теплоты можно сообщить газу при данных условиях проведения процесса?

О.Шведов

Ф1701. В настоящее время для проведения небольших сварочных работ иногда используют смесь водорода с кислородом, получаемую при электролизе воды. Оцените КПД устройства для электролиза воды, если напряжение между электродами одной его ячейки равно U = 2 В. Известно, что при сгорании m = 2 г водорода в кислороде выделяется Q = 0,29 МДж тепла.

В.Погожев

Ф1702. Параллельные рельсы длиной $2L$ закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии l друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС $\mathcal{E}$ (рис.3). На рельсах лежит перемычка массой m, которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией B. Считая, что сопротивление перемычки равно R, а сопротивление единицы длины рельсов равно ρ, найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.

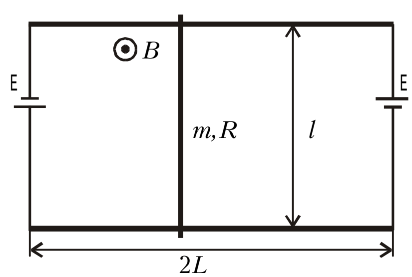

Рис.3

А.Якута

Решения задач М1666—М1675, Ф1683—Ф1687

М1666. *Три плоскости разрезали куб с ребром 1 на 8 параллелепипедов. Докажите, что среди них найдутся 4 параллелепипеда, объем каждого из которых не превосходит 1/8.*

Восемь параллелепипедов имеют одну общую вершину – это точка пересечения трех разрезающих плоскостей. Каждые два из них, имеющих только одну общую вершину, назовем парой. Если длины трех определяющих ребер параллелепипеда равны $1/2 + x$, $1/2 + y$, $1/2 + z$, то длины соответствующих ребер парного к нему параллелепипеда равны $1/2 - x$, $1/2 - y$, $1/2 - z$. В силу чего произведение объемов двух параллелепипедов, составляющих пару, удовлетворяет неравенству

$$V_1 \cdot V_2 = \left(1/4 - x^2\right)\left(1/4 - y^2\right)\left(1/4 - z^2\right) \le 1/64 .$$

Но тогда хотя бы один из этих объемов не превосходит 1/8.

Так как 8 параллелепипедов распадаются на 4 пары, то в каждой паре найдется хотя бы один параллелепипед с объемом, не превосходящим 1/8.

Д.Кузнецов

М1667. *Натуральный ряд чисел разбит на две бесконечные части. Докажите, что в каждой части можно взять по 100 чисел с равными суммами.*

Так как обе части бесконечны, то найдется бесконечное число пар последовательных натуральных чисел таких, что меньшее число в каждой паре принадлежит первой части, а большее – второй. Точно так же найдется бесконечное число пар последовательных натуральных чисел таких, что большее число в каждой паре принадлежит первой части, а меньшее – второй.

Ввиду этого ясно, что найдется 50 пар первого типа и 50 пар второго типа таких, что все 100 пар попарно не пересекаются. Итого имеем 200 натуральных чисел, 100 из которых принадлежит первой части, а другие 100 – второй, при этом их суммы равны.

В.Произволов

М1668. *Имеется n бочек, содержащих 1, 2, …, n литров воды соответственно. Разрешается доливать в бочку столько воды, сколько в ней уже есть, из любой другой бочки, в которой воды достаточно для такой операции. Какое наибольшее количество воды можно собрать в одной бочке, если а) n = 10; б) n – любое число?*

а) **Ответ**: 54 литра. Всю воду (55 литров) нельзя слить в одну бочку. Если бы удалось всю воду слить в одну бочку, то последняя операция состояла бы в сливании двух одинаковых количеств в одно, и получилось бы, что число 55 четно, что неверно.

Получить 54 литра в одной бочке и 1 литр в другой можно, слив сначала всю воду в две бочки и, манипулируя ими, собрать в одной из них 54 литра. Покажем один из способов достижения этой цели. Дополнив из третьей бочки первую, получаем ситуацию (2, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10); затем, удваивая количество воды в первых трех бочках, получим (4, 4, 4, 4, 3, 4, 5, 8, 9, 10). Из бочки с 9 литрами перельем воду в бочку с 5 литрами и после этого объединим воду бочек, содержа-