Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 ноября 1999 года по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №4 – 99» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1691» или «Ф1698». В графе «... адрес отправителя» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи М1691 – М1693 и М1695 предлагались на LXII Московской математической олимпиаде. Задачи Ф1698 – Ф1702 предлагались на Московской физической олимпиаде этого года.

Задачи М1691—М1695, Ф1698—Ф1702

М1691. Докажите, что любой четырехугольник можно разрезать на три трапеции.

В.Произволов

М1692. Числа a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a^2+2bc}{b^2+c^2}+\frac{b^2+2ca}{c^2+a^2}+\frac{c^2+2ab}{a^2+b^2}>3.$$

В.Сендеров

М1693. Две окружности пересекаются в точках P и Q. Третья окружность с центром в точке P пересекает

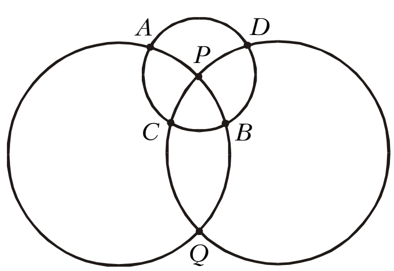

Рис.1

первую в точках A, B, а вторую – в точках C и D (рис.1). Докажите, что углы AQD и BQC равны.

А.Заславский

М1694. Парабола $y=-x^2+b_1x+c_1$ и парабола $y=-x^2+b_2x+c_2$ касаются параболы $y=ax^2+bx+c$, $a>0$. Докажите, что прямая, проходящая через точки касания, параллельна общей касательной к первым двум параболам.

Р.Карасев

М1695. Грани правильного октаэдра раскрасили в шахматном порядке. Докажите, что для любой внутренней точки сумма расстояний до плоскостей черных граней равна сумме расстояний до плоскостей белых граней.

Д.Терешин

Ф1698. На рисунке 2 вы видите изображение идущих часов, полученное с помощью компьютерного сканера. Принцип его работы прост. Мощная лампа создает на сканируемом объекте узкую освещенную полоску, а отраженный свет попадает на набор фотодатчиков, которые

Рис.2