площадь разделить на $\Delta S_{\min} = 1$ (т.е. можно и не делить). Получим

$$N \approx \frac{\pi R^2/4}{1} = \pi\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 .$$

(Знак «≈» напоминает, что пол в круглой башне трудно выложить квадратными плитками.)

Перейдем теперь от пластинки к пространственной фигуре. Пусть это будет куб (значит, его высота тоже равна l). Теперь звуковые волны могут распространяться не только вдоль осей X и Y, но и вдоль оси Z. Тогда к соотношениям (2) нетрудно добавить еще одно равенство

$$k = 2\frac{l}{\lambda_k} \quad (k = 1,\ 2,\ \ldots),$$

так что соотношение (3) примет вид

$$i^2 + j^2 + k^2 = 4\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = R^2,$$

и мы получим уравнение сферы в системе координат $i,\ j,\ k$ (рис.5). Это пространство тоже «зернисто» (как и

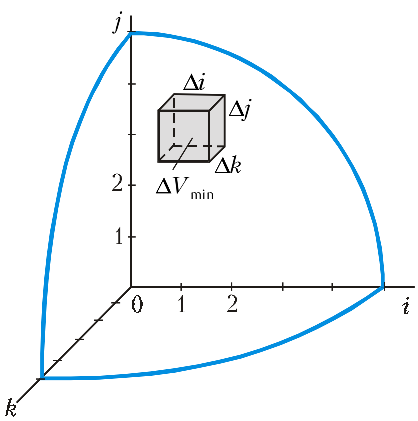

Рис.5

плоскость $i,\ j$): наименьший объем равен $\Delta V_{\min} = \Delta i \cdot \Delta j \cdot \Delta k = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$. Значит, внутри осьмушки шара радиусом R (догадываетесь, почему осьмушки?), или, по-ученому, первого октанта, помещается число этих объемных «зерен», равное

$$N \approx \frac{(1/8)\left(4\pi R^3/3\right)}{1} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{l}{\lambda}\right)^3 . \quad (4)$$

Чем меньше λ, тем больше N. Но каждое «зерно» – набор трех чисел $i,\ j,\ k$ – описывает отдельную волну. Значит, мы нашли и общее количество мод – стоячих волн (с длиной, не превосходящей λ) – внутри куба со стороной l.

Но музыкальны не только звуки. «Музыкальны» и электромагнитные волны, например видимый свет, и эта его «музыкальность» называется цветом, и она тоже характеризуется определенной частотой ν или длиной волны $\lambda = c/\nu$, где c – скорость света. Аналогом трубки органа или струны рояля в этом случае может служить лазер, генерирующий монохроматическую волну. Если расстояние между его двумя зеркалами равно l, то он выдает длину волны, описываемую формулой (1).

А как сделать куб, заполненный излучением? Выкачаем все, что можно (воздух, пары воды, углекислый газ...), из объема l^3. И что же, этот объем окажется пустым? Совсем нет. Он как раз и будет наполнен так называемым равновесным излучением, соответствующим температуре его стенок T. При этой температуре стенки будут генерировать в единицу времени столько же лучистой энергии, сколько и поглощать. Каждый кубический сантиметр этого объема будет пронизан электромагнитными волнами, бегущими во всех направлениях. Причем это будут самые разные волны: ..., ультрафиолетовые, видимый свет, инфракрасное излучение, радиоизлучение, ... Конечно, радиоволны не должны иметь длину волны больше чем $2l$.

Понятно, что такая нагретая «печка» будет очень слабой радиостанцией, дающей в основном так называемое тепловое (инфракрасное) излучение, но в мартеновских печах, раскаленных до температуры порядка 1000 К, – и видимое (еще более коротковолновое) излучение тоже. Длины электромагнитных волн в этих диапазонах составляют от долей до единиц микрон, поэтому расстояние между двумя соседними линиями (длинами волн) λ_i и λ_{i+1}, определяемыми условием (1), очень малу, и набор значений длин волн (или частот) можно считать не дискретным (перенумерованным), а непрерывным. Тогда на основании соотношения (4) можно сказать, что количество равновесных электромагнитных колебаний, заполняющих объем l^3 «печки», равно

$$N(\lambda) \approx \frac{4\pi l^3}{3\lambda^3} = \frac{4\pi l^3}{3c^3}\nu^3 = N(\nu). \quad (5)$$

Но, как известно, каждый фотон с частотой ν несет энергию $h\nu$ (здесь h – постоянная Планка). Равновесное излучение иногда называют «газом фотонов». Оно похоже на газ тем, что фотоны, как и молекулы, летают во всех направлениях. Но, в отличие от молекул, фотоны не сталкиваются друг с другом, а «сталкиваются» лишь со стенками объема. Кроме того, их скорости одинаковы (равны скорости света), так что они, как говорят физики, *распределены по частотам* (а молекулы газа распределены по скоростям). А какова средняя энергия фотонов?

Рассмотрим прежде обычный газ. Пусть концентрация его молекул n, масса каждой молекулы m. Как известно, при температуре T средняя кинетическая энергия молекулы газа $\frac{m\langle v^2\rangle}{2}$ пропорциональна $k_Б T$ (здесь $k_Б$ – постоянная Больцмана):

$$\frac{m\langle v^2\rangle}{2} \sim k_Б T . \quad (6)$$

Значит, объемная плотность энергии этого газа равна

$$n\frac{m\langle v^2\rangle}{2} \sim n k_Б T = p ,$$

где p – давление.

Вспомним еще распределение молекул газа по высоте в атмосфере (формулу Больцмана):

$$n = n_0 e^{-\frac{mgy}{k_Б T}} .$$

Из этой формулы для характерной высоты атмосферы, на которой концентрация молекул в e раз меньше, чем у поверхности, получается такая оценка:

$$H_e = \frac{k_Б T}{mg} = \frac{RT}{Mg} =$$

$$= \frac{8{,}31 \cdot 300}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}\ \text{м} \approx 8{,}8\ \text{км}.$$

На этой высоте потенциальная энергия равна $mgH_e = k_Б T$. Любопытно, что это значение является одновременно средней потенциальной энергией молекул изотермической атмосферы:

$$\langle mgy\rangle = k_Б T \quad (\text{или } H_e = \langle y\rangle). \quad (7)$$

Согласно общему определению среднего, имеем

$$\langle mgy\rangle N = mg\int_0^\infty y\,dn(y),$$

где N – общее число молекул в столбе атмосферы, опирающемся на единичную