

# Осторожно: магнитное поле

**А. ЧЕРНОУЦАН**

**З**АКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ является, как известно, мощным инструментом решения задач. Он позволяет не выяснять деталей процессов, происходящих при переходе системы из начального состояния в конечное, а непосредственно связывать параметры этих состояний. Закон позволяет также рассчитать работу, которую совершили внешние силы при изменении состояния. Однако неаккуратное применение закона сохранения энергии может привести к неправильным и даже парадоксальным результатам. Напомним известный пример.

Работа внешних сил, затраченная на медленное увеличение расстояния между пластинами плоского конденсатора от  $d_1$  до  $d_2$ , равна изменению энергии конденсатора только в том случае, когда пластины отключены от источника:

$$A_{\text{вн}} = W_2 - W_1 = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1},$$

где  $C_1 = \epsilon_0 S/d_1$  (здесь  $S$  – площадь каждой пластины,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная),  $C_2 = \epsilon_0 S/d_2$  ( $C_2 < C_1$ ). Если же попытаться рассчитать таким образом работу для конденсатора, подключенного к источнику тока, она получится отрицательной, что наверняка неправильно – пластины в любом случае притягиваются друг к другу. Выход из положения известен – надо учесть работу сторонних сил источника:

$$A_{\text{вн}} + E \Delta q = W_2 - W_1,$$

или

$$A_{\text{вн}} + E(C_2 E - C_1 E) = \frac{C_2 E^2}{2} - \frac{C_1 E^2}{2},$$

откуда

$$A_{\text{вн}} = \frac{C_1 E^2}{2} - \frac{C_2 E^2}{2},$$

где  $E$  – электродвижущая сила источника.

С аналогичными или даже более неожиданными ситуациями и «пара-

доксами» можно встретиться при использовании закона сохранения энергии в применении к магнитному полю. Для наглядности мы сравним поведение во внешнем поле двух простейших систем: плоского конденсатора и соленоида. При расчете энергии собственного поля этих объектов можно считать однородным, что позволит нам использовать формулы для объемной плотности энергии; внешнее поле тоже будем считать однородным. Однако для начала нам надо собрать вместе и обсудить некоторые формулы.

## Поле конденсатора и поле соленоида

Напряженность электрического поля плоского конденсатора выражается через поверхностную плотность заряда его пластин:

$$E_{\text{к}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0 S},$$

а энергия плоского конденсатора – через объемную плотность энергии поля:

$$W = \frac{\epsilon_0 E_{\text{к}}^2}{2} \cdot Sd = w \cdot V.$$

Таким же образом можно найти энергию в любом объеме, содержащем однородное электрическое поле. Например, если заряженный конденсатор поместить во внешнее однородное поле  $\vec{E}$ , направленное противоположно собственному полю конденсатора, внутри конденсатора будет заключена энергия

$$W = \frac{\epsilon_0 (E - E_{\text{к}})^2}{2} \cdot Sd.$$

Формулы для магнитного поля выглядят достаточно просто и весьма похоже. Хотя в школьном учебнике эти формулы отсутствуют, их приводят во многих пособиях для классов и школ с углубленным изучением математики и физики. Магнитные формулы, записанные в единицах СИ, содержат маг-

нитную постоянную  $\mu_0$ , связанную с электрической постоянной  $\epsilon_0$  и скоростью света в вакууме  $c$  простым соотношением:

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Эта постоянная играет в магнитных формулах такую же роль, как электрическая постоянная – в электрических<sup>1</sup>.

Магнитная индукция внутри соленоида длиной  $l$  с числом витков  $N$ , по которому течет ток силой  $I$ , равна

$$B_{\text{с}} = \mu_0 I \frac{N}{l} = \mu_0 i,$$

где  $i$  – ток, приходящийся на единицу длины соленоида (поверхностная плотность тока). Направление поля определяется по правилу буравчика: вращаем ручку по току, буравчик движется по полю. Объемная плотность энергии магнитного поля равна

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B_{\text{с}}^2}{2\mu_0}.$$

Если поместить соленоид во внешнее магнитное поле  $\vec{B}$ , направленное параллельно собственному полю, то внутри соленоида будет заключена энергия

$$W = \frac{(B + B_{\text{с}})^2}{2\mu_0} \cdot Sl,$$

где  $S$  – площадь сечения соленоида.

Для того чтобы иметь возможность вычислить работу по повороту конденсатора и соленоида во внешнем поле, нам надо вспомнить о поведении во внешнем поле простейших объектов – электрического диполя и витка с током.

## Электрический диполь и виток с током

Электрическим диполем называется система из двух точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга. Электрический диполь обладает *дипольным моментом*

$$\vec{p} = q\vec{d},$$

где вектор  $\vec{d}$  направлен от отрицательного заряда к положительному (рис. 1). На электрический диполь в однородном электрическом поле  $\vec{E}$  действует вращательный момент

$$M = qEd \sin \alpha = pE \sin \alpha,$$

<sup>1</sup> См., например, статью «Эта загадочная магнитная сила» в этом номере журнала. (Прим. ред.)