





И что же в этом примере — прямо скажем, для младших школьников — вызвало у вас столь непреодолимые трудности?

— Видите ли, Холмс, в ребусе на месте звездочек могут стоять произвольные ненулевые цифры. Мне ли вам объяснять, что в данном случае мы сталкиваемся с задачей огромного числового перебора? Похоже, здесь нужно рассмотреть в общей сложности где-то около полумиллиарда вариантов. Бедные детишки!

— Хм, Ватсон, кто много перебирает, тот мало думает. — Холмс окутал себя еще одной порцией табачного дыма. — Совсем нет необходимости рассматривать все мыслимые варианты. Например, со всей определенностью можно утверждать, что двухзначное число  $OX$  (буква  $O$  кодирует цифру десятков, а буква  $X$  — цифру единиц) кратно числу 32.

— Холмс, вы хотите сказать, что число  $OX$  может принимать всего лишь одно из трех значений: 32, 64 и 96? Простите, но я не пойму, на чем основана столь смелая догадка.

— Это не догадка, а непреложный математический факт. Запишем первый множитель в виде  $a + 10^{-5} \cdot B$ , где  $a$  — ненулевая цифра, а  $B$  — целое пятизначное число. Из условия задачи следует, что среди делителей  $B$  не могут одновременно присутствовать цифры 2 и 5. Несложно догадаться, что число  $B$  должно быть нечетным, тогда число  $OX$  должно делиться на  $2^5 = 32$ .

— В таком случае число  $B$  должно быть кратно  $5^5 = 3125$ .

— Bravo, Ватсон. Ваше утверждение я бы сформулировал несколько точнее:  $B = 3125 \cdot k$ , где  $k$  — некий нечетный множитель. Кстати, что следует из того, что  $B$  — число пятизначное?

— Это условие накладывает дополнительные ограничения на множитель  $k$ . В частности, поскольку  $3125 \cdot 3 < 10^4$  и  $3125 \cdot 4 > 10^4$ , то  $k > 4$ .

— Теперь вам должно быть понятно, почему ненулевая цифра  $a$  в первом множителе меньше тройки.

— А что, это действительно так?

— Посудите сами, Ватсон:  $OX \cdot (a + 10^{-5} \cdot B) > 2^5 (a + 10^{-5} \cdot 5^5 \cdot k) = 32a + k$ . При  $k > 4$  последнее выражение может быть двухзначным числом лишь когда  $a = 1$  или  $a = 2$ .

— Ох, это великолепно, Холмс! Я думаю, что с дальнейшим перебором уже несложно справиться в течение одного вечера.

— Если только вам нечем заняться, Ватсон. Вечернее время все же лучше посвящать более содержательным занятиям.

— Чем решать головоломки?

— Чем осуществлять бездумный перебор.

— Холмс, неужели вам еще что-то известно о числах этого ребуса?

— Да. Например, число  $OX$  равно в точности 64.

— Хм, вполне может быть, но, по правде говоря, я не представляю, на основании чего сделан такой вывод.

— Что вы можете сказать о четности числа  $AX$ ?

— Сейчас подумаю. Оно заканчивается цифрой  $X$ , которая может быть либо 2, либо 4, либо 6 (как последняя цифра числа  $OX$ ). Следовательно,  $AX$  — число четное.

— А теперь заметьте, что произведение  $OX \cdot (a + 10^{-5} \cdot B)$  в случае  $OX = 32$  равно  $32a + k$ , а в случае  $OX = 96$  равно  $96 + 3k$ . И в том, и в другом случае при нечетном  $k$  результат получается...

— Нечетным! Следовательно, ни один из этих случаев не подходит. Ох, Холмс!

— Может быть, вы теперь скажете, чему равна цифра  $a$ ?

— Попробую:  $OX \cdot (a + 10^{-5} \cdot B) = 64a + 2k$ . Ну конечно же,  $a$  не может равняться 2, поскольку иначе в ответе получилось бы трехзначное число. Итак, цифра  $a$  может быть равной только единице.

— Ну, и какие же варианты вам теперь осталось рассмотреть? Обратите внимание на то, что число  $AX$  должно быть не меньше, чем число  $OX$ .

—  $AX$  может быть равно либо 74, либо 84, либо 94. Поскольку  $AX = 64 + 2k$ , то в каждом из этих трех случаев соответственно получаем  $k = 5$ , либо  $k = 10$  (невозможно, так как  $k$  должно быть нечетным), либо  $k = 15$ . Итак, всего возможно два решения:  $1,15625 \cdot 64 = 74$  и  $1,46875 \cdot 64 = 94$ . Ах, Холмс! Я не могу удержаться, чтобы не употребить слова ребуса для оценки вашего метода. Это действительно великолепно!

— Благодарю вас, Ватсон. А я, с вашего позволения, не могу удержаться, чтобы не употребить освободившееся вечернее время для игры на любимом музыкальном инструменте. Будьте добры, подайте мне, пожалуйста, футляр со скрипкой.