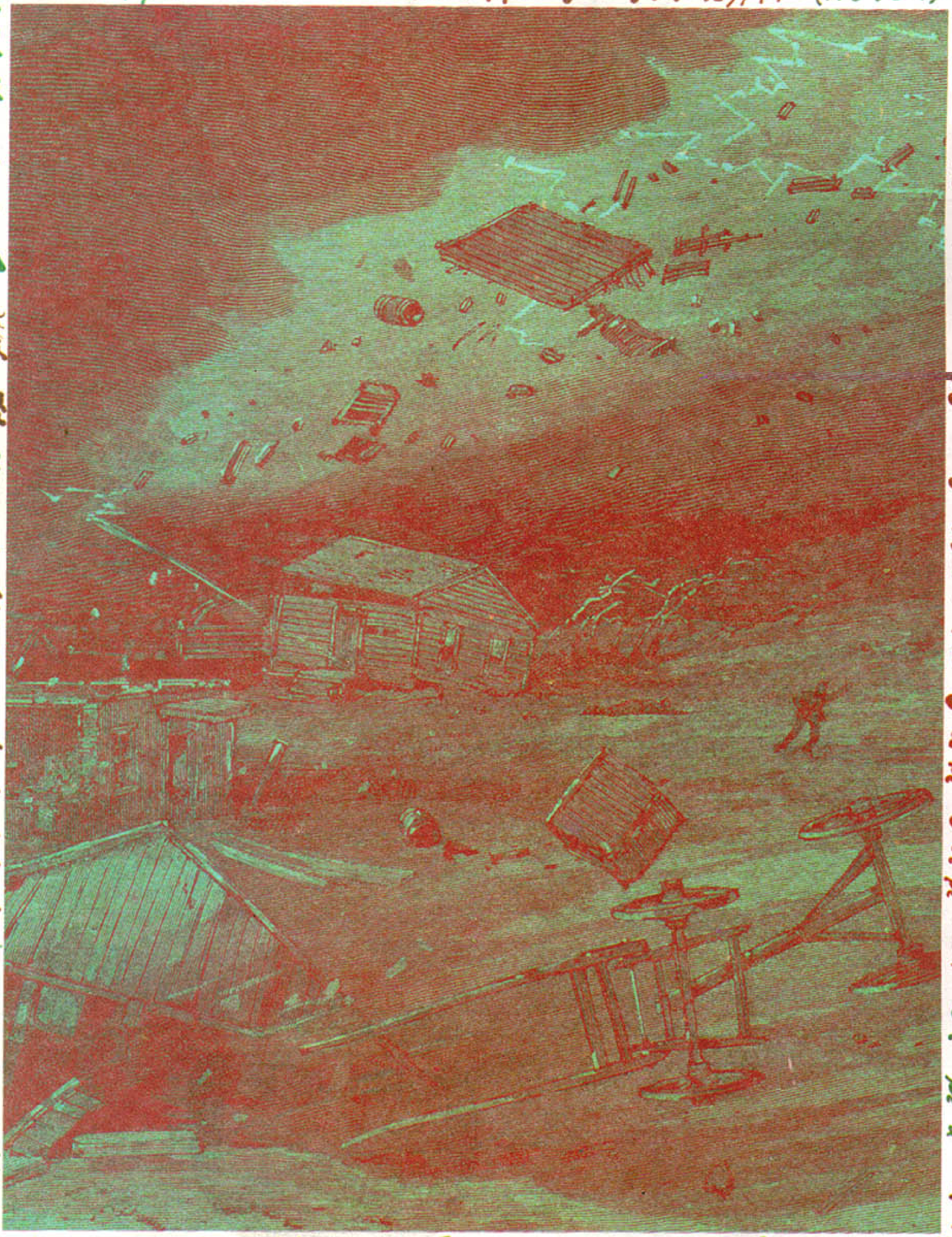
$Re = \frac{ur}{\nu} = \frac{r^2/\nu}{r/u} = \frac{\tau_\nu}{\tau_i}$ . $m = 4\pi r^3 \rho_T/3$ . $g' = g(\rho_T - \rho_c)/\rho_T$ . $(Re \lesssim 1)$ .



$mg' \sim \mu u r \sim \nu \rho_c u r$ . $u \sim g' \frac{r^2}{\nu}\frac{\rho_T}{\rho_c}$ . $mg' \sim \rho_c u^2 r^2$ . $u \sim g' \frac{r}{u}\frac{\rho_T}{\rho_c} = g'\tau_i\frac{\rho_T}{\rho_c}$ . $u_T \sim g\tau_i \sim \frac{\Delta\rho}{\rho_c}\frac{r}{u}$ . $u_T \sim \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_c} g r}$ .

$G = \rho\pi r^2 u_T \sim \frac{\Delta\rho}{\nu} r^4$ . $G = \rho\pi r^2 u_T \sim \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} g}\, r^{5/2}$ . $E(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$ . $k = 2\pi/\lambda$ .

$g' = g\frac{\rho_T - \rho_c}{\rho_T}$ . $F_a \sim \rho_c u^2 r^2$ . $(kg/m^3)\cdot(m^2/s^2)\cdot m^2 = N$ . $F_\mu \sim \mu u r$ . $Re = \frac{F_a}{F_\mu} \sim \frac{ur}{\mu/\rho_c} = \frac{ur}{\nu}$ . $\nu \sim 10^{-5}\ m^2/s$ .

# От капли до землетрясения

Г.ГОЛИЦЫН

ОКРУЖАЮЩИЙ НАС МИР многообразен и сложен, особенно в деталях, которые переменны в пространстве и времени, распределены зачастую практически случайным образом. Наша жизнь во многом зависит от внешнего мира: погоды, климата и их изменений, от осадков и вызываемых ими наводнений, от засух. Во многих регионах бывают землетрясения, сильные бури, ураганы и тайфуны. Для всех этих явлений есть одна общая черта, которую все знают по опыту: чем интенсивней событие (чем больше оно отклоняется от нормы), тем оно реже. Очевидно, это связано со *статистической* природой нашего мира, где господствует случайность, однако за этим стоит и своя физика – ведь *законы сохранения* энергии, импульса и его момента действуют всегда и всюду. Надо лишь понимать, где и как их можно использовать. В этом и состоит главная цель научного исследования, призванного углубить понимание окружающего мира.

Знание закономерностей течений жидкостей и газов нужно для разнообразных технических приложений, например для исследования движения тел в воде или атмосфере, течений в трубах и т.п. Что и как определяет основные черты потоков, их интенсивность и изменчивость во времени и пространстве, почему чем значительнее событие, тем дольше его надо ждать (и сколько, в среднем, ждать) – этому и посвящена данная статья.

*Эта статья написана для нашего журнала известным ученым, геофизиком, академиком Георгием Сергеевичем Голицыным, который в течение многих лет размышлял как над самыми обыденными явлениями (падение капелек дождя, движение воды в трубопроводах), так и над катастрофическими событиями глобального масштаба. Первоначальный текст статьи (она называлась «Принцип скорейшей реакции среды на внешнее воздействие») содержал выражения, известные гидродинамикам, но, по-видимому, малопонятные для предполагаемых читателей «Кванта». Поэтому статья была слегка упрощена, хотя стиль изложения автора по возможности был сохранен. Оставлена основная идея, демонстрирующая прекрасные возможности метода размерностей и предложенного принципа, применимых к самым разнородным физическим явлениям. Многочисленные ключевые понятия выделены в тексте курсивом.*

## Капли и трубы

Пусть тело находится в какой-то среде, например в воздухе или в воде.

Согласно закону Архимеда, на тело действует сила, равная весу объема среды в объеме тела. Можно считать, что ускорение силы тяжести изменяется в $(\rho_т - \rho_с)/\rho_т$ раз, где $\rho$ – плотность, а индексы «т» и «с» обозначают «тело» и «среду», т.е.

$$g' = g\,\frac{\rho_т - \rho_с}{\rho_т}.$$

Кроме того, всякая среда оказывает сопротивление движению в ней посторонних тел. Рассмотрим движение «малых» и «больших» тел в воздухе, например – падение капельки тумана и парашютиста.

Легко показать при помощи соображений размерностей, что сила сопротивления большого тела размером $r$, движущегося со скоростью $u$ в среде плотностью $\rho_с$, должна следующим образом зависеть от перечисленных величин:

$$F_а \sim \rho_c u^2 r^2.$$

(Действительно, $\left(кг/м^3\right)\cdot\left(м^2/с^2\right)\cdot м^2 = $ $= Н$.) Это так называемая *аэродинамическая сила.* Она связана с инертностью среды, так как в нее входит массовая плотность $\rho_с$.

Для малых тел сила сопротивления обусловлена трением слоев окружающей среды друг о друга и оказывается пропорциональной первой степени скорости $u$ и размера $r$ тела, причем коэффициент пропорциональности, как легко видеть, должен иметь размерность $кг/(м\cdot с)$. Он называется *коэффициентом вязкости* среды и обозначается через $\mu$. Таким образом, для силы вязкого сопротивления (силы Стокса) можно записать

$$F_\mu \sim \mu u r.$$

Отношение этих двух сил сопротивления называется числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{F_а}{F_\mu} \sim \frac{ur}{\mu/\rho_с} = \frac{ur}{\nu}.$$

Здесь для краткости введена так называемая *кинематическая вязкость* среды $\nu$. Например, для воздуха при обычных условиях $\nu \sim 10^{-5}\ м^2/с$.

Теперь видно, что преобладание той или другой силы (инертной или вязкой) связано не только с тем, велико или мало тело, а еще и со скоростью его движения и с кинематической вязкостью среды; короче, оно определяется тем, каково число Рейнольдса: много больше или много меньше единицы. Интересно, что число Рейнольдса можно представить и как отношение двух характерных времен — так называемого вязкого $\tau_\nu = r^2/\nu$ и динамического или инерционного $\tau_i = r/u$:

$$Re = \frac{ur}{\nu} = \frac{r^2/\nu}{r/u} = \frac{\tau_\nu}{\tau_i}.$$

Иллюстрация В.Митурич-Хлебниковой

Обе величины $\tau_\nu$ и $\tau_i$ являются оценками характерного времени, за которое тело достигает постоянной скорости под действием соответствующей силы.

Итак, рассмотрим тело, падающее в некоторой среде. Скорость установившегося движения тела найдем, приравнивая эффективную «силу тяжести» (с учетом силы Архимеда) $mg'$, где $m = 4\pi r^3 \rho_т/3$ и $g' = g(\rho_т - \rho_с)/\rho_т$, силе сопротивления $F_\mu$ или $F_а$.

Чем больше по абсолютной величине ускорение, сообщаемое силой, тем меньше время установления равновесия между телом и средой. Если действуют несколько сил, то главную роль будет играть та, которой соответствует наименьшее время установления равновесия $\tau$. Небольшие значения числа Рейнольдса ( $Re \lesssim 1$) соответствуют тому, что вязкое время $\tau_\nu$ много меньше инерционного $\tau_i$. Поэтому для падающего тела можно записать

$$mg' \sim \mu ur \sim \nu\rho_с ur,$$

откуда

$$u \sim g'\tau_\nu \frac{\rho_т}{\rho_с}.$$

Аналогично, для больших значений числа Рейнольдса ($Re \gg 1$) запишем

$$mg' \sim \rho_с u^2 r^2,$$

откуда

$$u \sim g' \frac{r}{u} \frac{\rho_т}{\rho_с} = g'\tau_i \frac{\rho_т}{\rho_с}.$$

Рассмотрим еще течение вязкой жидкости плотностью $\rho$ в трубе радиусом $r$ и длиной $l$ под действием разности давлений на ее концах $\Delta p$. На единицу объема жидкости будет действовать сила $\Delta p/l$, а ускорение жидкости будет равно $a = \Delta p/(\rho l)$. В результате для средней по сечению трубы скорости жидкости для малых чисел Рейнольдса ($Re \lesssim 1$) получаем

$$u_{ср} \sim a\tau_\nu \sim \frac{\Delta p}{\rho l}\frac{r^2}{\nu}.$$

Для тонких труб эта задача была решена в середине XIX века французским ученым Пуазейлем. Его решение отличается от нашего лишь множителем порядка 1.

Наоборот, при $Re \gg 1$ найдем

$$u \sim a\tau_i \sim \frac{\Delta p}{\rho l}\frac{r}{u},$$

откуда следует, что сопротивление снова пропорционально квадрату скорости, а средняя скорость определяется как

$$u_{ср} \sim \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho l} r}.$$

Эта зависимость прекрасно подтверждается многочисленными экспериментами и изучена давно ввиду важности трубопроводного транспорта в жизни современного общества.

Отметим разные зависимости расхода массы в двух рассмотренных режимах при заданном значении напора, т.е. отношения $\Delta p/l$. В вязком режиме расход составляет

$$G = \rho\pi r^2 u_{ср} \sim \frac{\Delta p}{l} r^4,$$

а в нелинейном режиме –

$$G = \rho\pi r^2 u_{ср} \sim \sqrt{\frac{\Delta p}{l}}\, r^{5/2},$$

т.е. относительная эффективность транспортировки во втором случае заметно падает с ростом напора и радиуса трубы по сравнению с первым случаем.

## Турбулентность

В нашем мире имеются разнообразные источники энергии, мощность которых меняется лишь за времена, сопоставимые со временем жизни нашей планеты (порядка 4,5 миллиардов лет, или $1{,}5 \cdot 10^{17}$ секунд). Так, солнечная энергия является не только источником жизни на Земле (путем образования хлорофилла), но и «топливом» для всех движений в атмосфере и океане. Источником всевозможных процессов в земной коре и внутри Земли служит тепло, образующееся в земных недрах при радиоактивном распаде различных элементов. Разогрев мантии (вещества, простирающегося на глубины до 3000 км и подходящего к земной коре, толщина которой от 20 до 70 км под континентами и всего 5 км вблизи срединно-океанических хребтов, из которых кора и образуется) приводит к движению вещества мантии – к *конвекции*. Эта конвекция перемещает неравномерным образом литосферные плиты, составляющие кору, со скоростями в несколько сантиметров в год, на границах плит растут упругие напряжения, которые частично сбрасываются в процессе землетрясений.

Для процессов изменения энергии системы в зависимости от времени можно написать уравнение, получающееся умножением уравнения движения на скорость. Как известно из школьного курса физики, произведение силы на скорость есть мощность этой силы. Если мощность системы уравновешивается (в среднем по времени и пространству) мощностью внешнего источника энергии (например, солнечного тепла), то кинетическая энергия системы в среднем сохраняется. Процесс уравновешивания имеет характерные времена, связанные с силами (как и при оценке скоростей падающих тел, проведенной в предыдущем разделе).

Начнем с описания средней пространственной структуры *турбулентного*, т.е. нерегулярного, потока в небольших масштабах, где структура не зависит от выбранного направления и положения в пространстве.

Более 70 лет назад английский ученый Ричардсон задался вопросом: обладает ли ветер скоростью? Он имел в виду, что ветер случайным образом меняется в пространстве и во времени в любых точках земного шара. Ему же принадлежит качественное описание турбулентности как процесса, в котором основной поток неустойчив и разбивается на крупные вихри, последние тоже неустойчивы и порождают более мелкие вихри, из которых рождаются еще более мелкие и так далее вплоть до самых мелких размеров. Последние вихри *диссипируют*, т.е. затухают вследствие вязкости, так как число Рейнольдса для них уже мало́.

В 1941 году вышла работа Андрея Николаевича Колмогорова, посвященная описанию структуры турбулентного потока. Почти одновременно появилась и работа его аспиранта Александра Михайловича Обухова, в которой был получен так называемый пространственный спектр турбулентности (и ряд других замечательных результатов). Колмогоров не знал тогда о Ричардсоне, но понимал трудности в создании теории турбулентности и дал количественные методы их преодоления. Чтобы обойти проблему скорости ветра, он предложил в качестве параметра рассматривать средний квадрат разности компонент скоростей, взятых в двух точках, разделенных расстоянием $r$. Тогда медленные изменения на бо́льших масштабах, связанные с *анизотроп-*

*ными* крупными вихрями, возникающими из-за неустойчивости основного потока, просто вычитаются, т.е. не рассматриваются совсем. Он дал количественное описание и процесса дробления вихрей, о котором писал Ричардсон.

Если процесс развития неустойчивости основного потока все время поддерживается (в случае атмосферы ее общая циркуляция поддерживается приходом энергии от Солнца и неравномерным ее распределением по поверхности планеты), то должен существовать постоянный поток энергии от вихрей больших масштабов к малым, где энергия турбулентности переходит в тепло вследствие вязкости. Этот поток энергии, т.е. скорость изменения кинетической энергии единицы массы жидкости в единицу времени, обозначается обычно через $\varepsilon$ (и измеряется в $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{с})$). Средний квадрат разности, например, модулей скорости в двух точках, разделенных расстоянием $r$, можно считать относительной кинетической энергией жидких частиц единичной массы, отстоящих друг от друга на $r$. Рассмотрим два случая: больших и малых значений $r$.

Пусть $r$ велико по сравнению с расстоянием, где действует вязкость. Это расстояние называется *колмогоровским микромасштабом* и равно $l_\text{к} = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4}$. (Разумность этой формулы можно проверить анализом размерностей.) Тогда велико и число Рейнольдса, и, проведя аналогии между силовыми и энергетическими характеристиками системы, мы можем использовать соответствующую формулу с динамическим временем $\tau_i = r/u$ и получить знаменитый «закон 2/3» Колмогорова:

$$u^2 \sim (\varepsilon r)^{2/3}.$$

Обухов нашел формулу для пространственной спектральной плотности кинетической энергии турбулентности. Дело в том, что случайное поле скорости можно представить в виде совокупности пространственных гармоник (синусоид) разных амплитуд и разных длин волн точно так же, как электрический сигнал произвольной формы можно представить в виде синусоид разных амплитуд и частот. Функция, показывающая, с каким «весом» входят разные гармоники, и называется *спектром*. Спектр очень удобен для практических измерений. Обухов получил, что для турбулентности пространственный спектр выглядит так:

$$E(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3},\ k = 2\pi/\lambda,$$

где $\lambda$ – длина волны пространственной гармоники. Эта формула «действует» и в атмосфере, и в океане, и в больших аэродинамических трубах, и в атмосферах звезд, и даже в межзвездном газе в нашей галактике, что подтверждено прямыми измерениями многих ученых разных специальностей и разных стран. Недаром эта теория считается одним из самых выдающихся научных достижений гидродинамики XX века.

Для малых масштабов, когда $r < l_\text{к} = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4}$, число Рейнольдса уже невелико, и мы должны использовать вязкое время $\tau_\nu$ (так как $\tau_\nu \ll \tau_i$). Тогда получим

$$u^2 \sim \varepsilon r^2/\nu.$$

(Для этих масштабов можно произвести точные расчеты, в результате справа появится множитель 1/3.)

Важным классом движений в природе и в технике являются *конвективные движения*, образующиеся, когда более легкая жидкость находится под более тяжелой. Такая ситуация возникает при нагреве жидкости снизу, например в кастрюле с водой на плите, или при охлаждении жидкости сверху. Первый процесс реализуется при нагреве почвы солнечным излучением, и эту конвекцию мы видим как дрожание воздуха, например, над распаханным полем. Последний процесс реализуется во всех природных водоемах, где при испарении с поверхности теплота фазового перехода забирается из самого верхнего слоя жидкости, который при этом охлаждается. Поток тепла $q_\text{т}$, уходящий из жидкости (или подводимый к ней), связан со скоростью диссипации кинетической энергии формулой

$$\varepsilon = \frac{\alpha g q_\text{т}}{\rho c_p},$$

где $\alpha$ – коэффициент объемного теплового расширения жидкости, $g$ – ускорение силы тяжести, $c_p$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Конечно, конвекция имеет свои особенности по сравнению со случаем локально однородной и изотропной турбулентности, так как в ней выделено вертикальное направление (связанное с вектором $\vec{g}$), но для грубых оценок скоростей конвективных движений можно использовать формулы, полученные для турбулентности. (Правда, при этом численные коэффициенты в них приходится определять заново.)

Ввиду важности знания скоростей при конвекции вязкой жидкости, соответствующая формула проверялась многочисленными экспериментами, а также численными и аналитическими исследованиями. Для средней скорости было получено выражение

$$u \sim 0{,}1\sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}}\,r = 0{,}1\sqrt{\frac{\alpha g q_\text{т}}{\rho\nu c_p}}\,r.$$

Для вещества земной мантии геофизики дают следующие значения: $\alpha \approx 4\cdot10^{-4}\ \text{К}^{-1}$, $\rho \approx 3\cdot10^3\ \text{кг}/\text{м}^3$, $c_p \approx 3\cdot10^2\ \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $\nu \approx 10^{19}\ \text{м}^2/c$. Тогда при средней величине геотермического потока $q_\text{т} = 0{,}08\ \text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ и толщине мантии $r \approx 3000$ км для скорости получим примерно 5 см/год. Реально движение литосферных плит, измеряемое с помощью системы навигационных спутников, происходит со скоростями от 1 до 10 см/год.

Найденное нами значение 5 см/год кажется невероятно малым, однако, вспомнив, что в году 52 недели, получим уже 1 мм в неделю. А это – скорость роста наших ногтей, и мы имеем дело с такой скоростью всю нашу жизнь. (По-видимому, первый на это совпадение обратил внимание современный английский геофизик Д.Мак-Кензи.)

Наличие вращения Земли существенно меняет характер конвективных движений в связи с действием *силы Кориолиса*, но не влияет на энергетику конвекции (так как эта сила не производит работы), поэтому формула для скорости диссипации энергии остается верной. Сила Кориолиса вводит новый масштаб времени $\tau_\omega = (2\Omega\sin\theta)^{-1}$, где $\Omega$ – угловая скорость вращения, $\theta$ – угол между осью вращения и местной горизонталью, т.е. для Земли – это широта. Для средних широт имеем $1/\tau_\omega = 2\Omega\sin\theta \approx 10^{-4}\ \text{с}^{-1}$.

Отношение силы инерции к силе Кориолиса определяется *числом Россби*, по имени шведского метеоролога, введшего его в рассмотрение в 1940 году, у нас оно называется *числом Кибеля*, по имени советского ученого, предложившего его тогда же: $Ki = \tau_\omega/\tau_i$. Для крупномасштабных движений атмосферы и океана это число много меньше единицы. Так, при скорости $u \approx 10$ м/с и масштабе $r \approx 1000$ км имеем $Ki \approx \approx 0{,}1$. При этом сила Кориолиса уравновешивается градиентом сил давления, что объясняет давно известное метеорологам правило: если стать спиной к ветру, то область низкого давления будет слева, а высокого – справа (в южном полушарии – наоборот).

Важно то, что время $\tau_\omega$ оказывается существенно меньше инерционного. Тогда для конвекции вращающейся жидкости можно сразу написать

$$u^2 \sim \varepsilon\tau_\omega, \text{ или } u \sim \sqrt{\varepsilon\tau_\omega}.$$

(Согласно многочисленным измерениям – в том числе и самого автора – коэффициент пропорциональности в последней формуле составляет приблизительно 1,7.) Эта формула в применении к жидкому ядру Земли дает скорости порядка 5 см/год, что вполне достаточно для возбуждения и поддержания *геомагнитного поля*. Для ураганов и тайфунов скорости получаются порядка 40–50 м/с, что соответствует наблюдениям. В последние годы конвекция с учетом вращения усиленно изучается океанографами при описании опускания вод у границ ледового покрова в высоких широтах (главного процесса в вентиляции вод глубокого океана).

В середине 1960-х годов А.М.Обухов, тогда директор Института физики атмосферы АН СССР, предложил автору посмотреть, что известно о движениях в атмосферах других планет. После нескольких лет знакомства с материалами наблюдений и первыми попытками описать отдельные черты динамики на Марсе, автор предложил теорию подобия для общей циркуляции планетных атмосфер. Эта теория давала разумные оценки скоростей ветра и вызывающей их разности температур для земной атмосферы, а именно – примерно 12 м/с и 45°, а также давала предсказания для Венеры, Марса и Титана (спутника Сатурна, у которого масса атмосферного столба в 11 раз больше, чем у Земли). Полученная формула для средней скорости ветра имела следующий нетривиальный вид:

$$u = a\sigma^{1/16}q^{7/16}c_p^{-1/4}r^{1/2}m^{-1/2},$$

где $a$ – безразмерный множитель, для Земли равный $a \approx 0{,}6$; $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К$^4$) – постоянная Стефана – Больцмана, входящая в формулу $q = \sigma T^4$; $m$ – масса столба атмосферы, равная для Земли $m = 10^4$ кг/м$^2$; $q = q_\odot(1-A)/4$ – среднее по поверхности значение плотности потока солнечной радиации, приходящей к планете, имеющей коэффициент отражения $A$, $q_\odot$ – солнечная постоянная, для Земли $A = 0{,}3$ и $q_\odot \approx 1368 \pm 4$ Вт/м$^2$, так что $q \approx 240$ Вт/м$^2$.

Эта формула для скорости слишком сложна даже для простого обозрения. Прошло несколько лет, прежде чем автор догадался, что для полной кинетической энергии атмосферы можно записать такое выражение:

$$E = \frac{1}{2}m\cdot4\pi r^2u^2 = 2\pi a^2Q\tau_e \approx 2Q\tau_e,$$

где $Q$ – полная энергия излучения Солнца, приходящая к планетному диску, а $\tau_e = r/c_e$ – отношение радиуса планеты к скорости звука, представляющее собой время затухания возмущений давления или плотности в масштабе планеты. Отношение времени $\tau_e$ к инерционному времени $\tau_i$ есть *число Маха* $Ma = u/c_e$, и, поскольку в данном случае $Ma \ll 1$, время $\tau_e$ является наименьшим.

Вообще, ветры вызываются тем, что все планеты – сферы (или близки к сферам), так что есть день и ночь, высокие и низкие широты, в результате чего различные части планеты разогреваются неравномерно, что и служит причиной ветров. Для Венеры по формуле для средней скорости получается $u \approx 1$ м/с. (Это значение подтвердилось и прямыми измерениями для нижней половины атмосферы планеты.) Для Марса теоретическая оценка скорости ветра оказалась раза в три завышенной, что впоследствии было объяснено автором тонкостью и прозрачностью его атмосферы. В таких условиях основную роль в обмене теплом между поверхностью планеты и ее атмосферой играют радиационные процессы, а не динамика.

Неожиданным (для автора) оказалось то, что по существу тот же ход рассуждений, который привел к формуле для энергии $E$, описывает статистику событий или объектов, а именно –определяет их число за какой-то промежуток времени в зависимости от их интенсивности.

## Землетрясения

Изучим число землетрясений – сокращенно ЗТ – в масштабе всего земного шара, поскольку очень сильные ЗТ, к счастью для нас, происходят очень редко. ЗТ – очень сложный процесс и по физике, и по своей пространственной структуре. Лишь около 30 лет назад были разработаны методы более или менее точной (порядка 20%) количественной характеристики силы ЗТ по энергии излучаемых волн, принимаемых на многих станциях мировой сейсмометрической сети, существующей уже около 20 лет. Такой характеристикой является величина *сейсмического момента* $M = \mu_c Ss$, где $\mu_c$ – модуль сдвига пород, разрываемых при ЗТ, $S$ – площадь разрыва хрупкой коры, $s$ – среднее смещение соседних блоков коры при ЗТ. Величина $M$ измеряется в Н·м (ньютон на метр), т.е. имеет размерность работы или энергии. В процессе ЗТ высвобождается накопленное при движении литосферных плит напряжение $\Delta\sigma$. Характерно, что величина $\Delta\sigma$ незначительно меняется вокруг своего среднего значения ($\approx 40$ атм $= 4$ МПа $= 4\cdot10^6$ Н/м$^2$ $= 4\cdot10^6$ Дж/м$^3$), хотя величина $M$ при этом может различаться на много порядков. Это обстоятельство позволяет каждому ЗТ приписать свой пространственный масштаб длины $L_m$, площади $S_m = L_m^2$ или объема $V_m = L_m^3$:

$$L_m = \left(\frac{M}{\Delta\sigma}\right)^{1/3},\ S_m = \left(\frac{M}{\Delta\sigma}\right)^{2/3},$$

$$V_m = \frac{M}{\Delta\sigma}.$$

Выясняется, что величины $L_m$ и $S_m$ являются разумной мерой длины и площади образующегося в процессе ЗТ разрыва, а знание модуля сдвига позволяет определить и среднее смещение $s$. Так, при сильнейшем в нашем веке ЗТ (май 1960 г., Чили) длина разрыва коры достигала 800 км, а смещение было более 20 м!

Из соображений размерностей можно записать

$$M = a_sP\tau(\geq M),$$

где $a_s$ – постоянный множитель, $P$ – вводимая в систему мощность (в нашем случае глобальной статистики это полное значение геотермической мощности $P = 4\cdot10^{13}$ Вт при среднем значении потока 0,08 Вт/м$^2$), а

$\tau(\geq M)$ – среднее *время ожидания события* с сейсмическим моментом, равным или большим $M$. Именно такой вид имеет распределение для ЗТ в тонкой коре вблизи срединно-океанических хребтов, где она зарождается и имеет толщину около 5 км.

Сейсмологи обычно записывают закон распределения для средних частот повторения ЗТ:

$$N(\geq M) \sim \frac{P}{M^n},$$

где $N(\geq M) = 1/(\tau(\geq M))$, а показатель $n$, согласно тщательно проверенной статистике событий, по одним данным равен 1,05, а по другим 0,94, т.е. очень близок к 1. Отметим, что в данном случае мы знаем лишь возбуждение и стараемся понять связь между событиями заданной интенсивности и их временем ожидания (или частотой).

Однако подавляющее число ЗТ происходит вдали от срединных хребтов в океане, и лишь небольшая часть из них (всего около 50 событий с 1977 по 1992 гг.) подчиняются приведенному закону распределения. Для подавляющего числа ЗТ, имеющих момент $M \lesssim 10^{21}$ $\text{Н} \cdot \text{м}$, значение показателя $n$ меньше 1. Данные разных авторов (наших и зарубежных) несколько различаются, но их все можно описать значением $n = 0{,}66 \pm 0{,}03$.

Вспомним теперь наши масштабы длины, площади и объема, задаваемые приведенными здесь формулами. Последняя из них, введенная в 1956 году японским сейсмологом Цубои, определяет объем пространства, в котором происходит разгрузка напряжений. Поток же тепла – первопричина создания напряжений в коре толщиной $h$ – подается на площадь $S_m$, т.е. действует на объем $hS_m = h(M/\Delta\sigma)^{2/3}$, что можно записать в виде

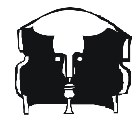
$$\frac{MN(\geq M)}{V_m} \approx a_s \frac{P}{hS_m}.$$

Отсюда можно получить

$$N(\geq M) \approx 0{,}4PM^{-2/3}h^{-1}(\Delta\sigma)^{-1/3},$$

где коэффициент $a_s \approx 0{,}4$ был найден путем сравнения с данными каталога глобальных землетрясений.

Эта формула, опубликованная автором в 1996 году, не только объясняет природу показателя $0{,}66 \pm 0{,}03 \approx \approx 2/3$, но и выявляет факторы, способствующие ЗТ. Например, чем тоньше кора, тем меньше среднее время ожидания ЗТ заданной силы. Различие между двумя показателями связано с тем, что в первом случае, при $n = 1$, рвется вся кора толщиной $h$, а во втором случае, при $n \approx 2/3$, этого не происходит, и образуется лишь частичный разрыв в коре с площадью $S$ такой, что $\sqrt{S} < h$. Поэтому ЗТ, регистрируемые в тонкой океанической коре, имеют распределение с $n \approx 1$, а подавляющее большинство их в толстой коре соответствуют $n \approx 2/3$. Степенную зависимость частоты ЗТ от их интенсивности с показателем, близким к $2/3$, установили в 1941 году американские сейсмологи Гутенберг и Рихтер, поэтому соответствующее распределение называется их именем.



Можно было бы привести еще много примеров эффективного использования теории размерностей и подобия, выделения характерных времен процессов, поиска аналогий в событиях совершенно различной физической природы, но ... «нельзя объять необъятного» в короткой статье.

# Про ученого кота

Однажды некий юный кот
Решил ловить мышей – и вот
Подготовлять он начал сразу
Теоретическую базу.
Достал по крысам реферат:
Год тридцать первый, «Котиздат»,
Мышиных нор каталог краткий,
Конспектов чьих-то две тетрадки,
Курс «Грызуны жилого дома»
И «Мышеведенья» три тома,
А также русский перевод
Английской книжки
«Мышь и кот»,
Написанной по русской книжке
Под заголовком «Кошки-мышки».

Тянулись дни недосыпаний...
Кот над теорией корпел.
И в области научных знаний
Весьма солидно преуспел.
Два года не прошли бесплодно,
И очевидцы говорят:
Кот интегрировал свободно
И знал неплохо сопромат.
Он мог с успехом похвалиться
Расчетом тонкостенных нор...
Ну, словом, кот, как говорится,
Имел широкий кругозор.

Все знал ученый кот – да лишь
Не видел он живую мышь,
Что, впрочем, чрезвычайно мало
Героя нашего смущало.
Он рассуждал примерно так:
«Живой объект – какой пустяк!
Такая мелочь не помеха
Для достижения успеха,
А главный фактор – это наш
Теоретический багаж.
Солидный кот с солидной базой,
Я всех мышей поймаю сразу!»

Во всеоружье юный кот
На первую охоту вышел
И перед норкой типа J (йот)
Ждет появленья первой мыши.
С ним готовальня, карандаш,
Два треугольника, тетрадка,
Конспект, для шкурок саквояж...
Все на местах и все в порядке.

Коту недолго было ждать:
Вдруг слабый писк
и шорох слышен –
Из темной норки погулять
Неопытный мышонок вышел.
Ученый кот промолвил: «Так-с...
Определяем параллакс...
И для дальнейшего запишем
Полярные координаты мыши.»

Определив легко и тонко
Спектральный класс и тип
мышонка,
Затем, по найденному классу,
Определил объем и массу,
А плотность и удельный вес
Нашел в системе CGS.
Путем изящных вычислений
Решил систему уравнений,
Нашел усилье – $\Delta Q$ –
И приготовился к прыжку.

Кот шепчет: «Не уйдешь,
малыш...»
Но что такое? Где же мышь?
Пока расчет производился,
Объект расчета в норке скрылся!

Таков итог печальных дел.
Сорвалась у кота атака.
В науках он собаку съел,
На практике же – кот наплакал...

*Фольклор*