

жение для функции

$$f(x) = \frac{2x^{-1/3}}{x^{2/3} - 3x^{-1/3}} - \frac{x^{2/3}}{x^{5/3} - x^{2/3}} - \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3} + 4^{\log_2(x-1)},$$

найдите все значения x , удовлетворяющие уравнению

$$f'(x)f(x) - 4[f'(x) + 2f(x)] + 32 = 0.$$

3. Предварительно упростив выражение для функции

$$f(x) = \left(\frac{(x+1)^3 - 3x^2 - 1}{x^2 + 3} + \frac{(x-1)^2 - 1}{x-2} \right)^3 - 8^{\log_2 x},$$

найдите $f'(x)$ и решите уравнение $x^2(\lg^2 x - \sqrt{3}\lg x + 21) = f'(x)$.

4. Предварительно упростив выражение для функции

$$f(x) = \left(\frac{1}{x - \sqrt{2}} - \frac{x^2 + 4}{x^3 - \sqrt{8}} \right) \times \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} + 1 \right) 100^{\lg x},$$

найдите $f'(x)$ и для каждого значения параметра a решите неравенство

$$0,5(a+1)f'(x) > af'(x) + 1.$$

5. Решите неравенство

$$\lg(x+3) \leq 1 - \lg x.$$

6. Для каждого значения параметра a решите неравенство

$$\lg^2(16 + x^2) - \lg(4 + 3a^2)\lg(16 + x^2) \leq 0.$$

7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$a \cdot 25^{x^2} - (2a+3) \cdot 5^{x^2} + 6a = 0$$

имеет четыре различных решения.

8. Произведение первых трех членов геометрической прогрессии равно 216, а их сумма равна 31,5. Найдите знаменатель и первый член геометрической прогрессии.

9. Две трубы, работая совместно, заполняют бассейн за 3 ч. Одна вторая труба заполняет бассейн в три раза быстрее, чем одна первая. Найдите время, за которое заполняет бассейн каждая труба, работая отдельно.

10. В 10 часов из пункта A выехал велосипедист; в 12 часов из пункта A в том же направлении выехал мотоциклист, который догнал велосипедиста в 80 км от пункта A . Найдите скорость

велосипедиста, если известно, что она в два раза меньше скорости мотоциклиста.

11. Найдите все корни уравнения

$$11 \sin\left(\frac{13\pi}{2} + 2x\right) + \operatorname{tg}^2 \frac{7\pi}{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x = 14 \sin^2\left(\frac{15\pi}{2} - x\right),$$

удовлетворяющие неравенству

$$(x - \pi)^2 + 2\pi x \leq 2\pi^2.$$

12. Для каждого значения параметра a найдите все корни уравнения

$$(3 - 4a) \sin^2 x + (2a - 1) \sin x = \sin x \cos 2x,$$

лежащие на промежутке $\left[-\pi, \frac{\pi}{2}\right]$, и укажите наименьший и наибольший из этих корней.

13. Точка F делит меньшее основание трапеции пополам, точка E делит большее основание трапеции в отношении 4 : 1. Найдите отношение, в котором прямая EF делит площадь трапеции, если одно из оснований трапеции вдвое больше другого ее основания.

14. Длина стороны ромба равна 12 см, острый угол ромба равен полусумме наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения

$$2 \sin x \cos \frac{3x - 1260^\circ}{2} = \sqrt{3} \sin \frac{3x}{2}.$$

Найдите площадь круга, вписанного в ромб.

15. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ (D – вершина) на ребре AD взята точка E так, что $AE : ED = 2 : 1$. Площадь треугольника BCE равна S . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если плоский угол при ее вершине равен 2α .

16. Периметр основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен p , центр сферы, описанной около пирамиды, делит высоту пирамиды в отношении 9 : 7 (считая от вершины S). Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду.

ФИЗИКА

Задачи письменного экзамена

1. По наклонной плоскости пустили снизу вверх небольшой шарик. На расстоянии $l = 0,3$ м от начала пути шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и через $t_2 = 2$ с после начала движения. Определите начальную скорость и ускорение шарика, считая его постоянным.

2. Магнит массой $m = 5$ кг движется вниз по вертикальной железной стенке,

к которой он притягивается с силой $F_1 = 5$ Н. К магниту приложена сила, равная $F_2 = 20$ Н, линия действия которой составляет угол $\alpha = 30^\circ$ со стенкой (рис.1). Коэффициент трения между магнитом и стенкой $\mu = 0,2$.

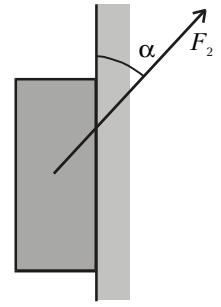


Рис. 1

Определите ускорение магнита.

3. Человек массой $m_1 = 80$ кг стоит на краю тележки массой $m_2 = 120$ кг и длиной $l = 3$ м. Определите, на какое расстояние сместится тележка, если человек перейдет на другой ее край. Трение между тележкой и полом, на котором она стоит, пренебрежимо мало.

4. На горизонтальной поверхности лежат два тела массами m_1 и m_2 . Между ними находится ненапряженная пружина. Найдите минимальную горизонтальную постоянную силу, которую надо приложить ко второму телу, чтобы сдвинуть первое тело. Коэффициент трения между телами и горизонтальной поверхностью μ .

5. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде находится газ массой m с молярной массой M . Газ отделен от атмосферы поршнем, соединенным с дном сосуда пружиной жесткостью k . При температуре T поршень расположен на расстоянии h от дна сосуда. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы поршень поднялся до высоты $2h$? Поршень считать невесомым. Атмосферное давление равно p_0 .

6. Какое количество теплоты выделится при изобарном охлаждении $m = 0,1$ кг гелия от температуры $t_1 = 200$ °С до $t_2 = 27$ °С? Молярная масса гелия $M = 0,004$ кг/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

7. В пространство между обкладками плоского незаряженного конденсатора вносят металлическую пластину, имеющую заряд Q , так, что между пластиной и обкладками конденсатора остаются зазоры шириной l_1 и l_2 . Площади пластины и обкладок конденсатора одинаковы и равны S . Определите разность потенциалов между обкладками конденсатора. Электрическое поле между обкладками считать однородным.

8. От поверхности металлического шара массой M и радиусом R , заряженного зарядом Q , отрывается одноименно заряженный точечный заряд q массой m . Какой будет скорость точечного заряда на большом расстоянии от шара?