

Рис. 5

верха (рис. 5). Какую массу воды налили в лунку вначале? Чему равна плотность материала шара? Указание: объем шарового сегмента высотой h равен $\Delta V = \pi h^2 (3d/2 - h)/3$, где d — диаметр шара.

По условию, сначала шар касается дна, а затем плавает в лунке, заполненной водой. Очевидно, что он всплывает при этом на высоту $h = m/(\rho d^2) = 2,5 \text{ см} = d/4$. Значит, именно такова высота части шара объемом ΔV , находящейся над водой. Плотность материала шара $\rho_{\text{ш}}$ определим из закона Архимеда:

$$\rho \left(\frac{\pi d^3}{6} - \Delta V \right) = \rho_{\text{ш}} \frac{\pi d^3}{6},$$

откуда

$$\rho_{\text{ш}} = \rho \left(1 - \frac{2}{d^3} h^2 \left(\frac{3}{2} d - h \right) \right) = \frac{27}{32} \rho = 0,84 \text{ г/см}^3.$$

Далее, когда шар плавает в лунке, заполненной водой, в ней находится объем воды, равный $d^3 - (\pi d^3/6 - \Delta V)$, поэтому масса воды, налитая в лунку вначале, равна

$$m_0 = \rho \left(d^3 - \left(\frac{\pi d^3}{6} - \Delta V \right) \right) - m = \rho \left(d^3 - \frac{27}{32} \frac{\pi d^3}{6} \right) - m = 310 \text{ г}.$$

Задача 8. В сосуд с водой (боковые стенки сосуда вертикальны) опустили кусок льда, в который был в заморожен осколок стекла. В результате уровень воды в сосуде поднялся на $h_1 = 11 \text{ мм}$, а лед стал плавать, целиком погружившись в воду. На сколько опустится уровень воды в сосуде за время таяния льда? Плотность стекла $\rho_c = 2,0 \text{ г/см}^3$, воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, льда $\rho_l = 0,9 \text{ г/см}^3$.

Пусть объем стекла V_c , льда V_l , а сечение сосуда S . Увеличение уровня воды в сосуде в начале равно $h_1 =$

$= (V_c + V_l)/S$. Когда лед растает, вода, получившаяся из него, займет объем $V = V_l \rho_l / \rho$. Следовательно, в конце увеличение уровня воды в сосуде будет равно $h_2 = (V_c + V)/S$, а искомое понижение составит $\Delta h = h_1 - h_2$. Связь между объемом льда и стекла найдем из условия плавания:

$$\rho(V_l + V_c) = \rho_c V_c + \rho_l V_l,$$

откуда

$$V_c = V_l \frac{\rho - \rho_l}{\rho_c - \rho}.$$

Подставив это соотношение в формулы для h_1 и h_2 , найдем окончательно Δh :

$$\Delta h = h_1 \frac{\rho - \rho_l}{\rho} \frac{\rho_c - \rho}{\rho_c - \rho_l} = 1 \text{ мм}.$$

Задача 9. Тройник с двумя открытыми в атмосферу и одной закрытой вертикальными трубками целиком заполнен водой. Когда тройник стали двигать по горизонтали (в плоскости рисунка 6) с некоторым ускорением, из него вылилась $1/8$ часть всей массы содержавшейся в нем воды. Чему равно давление в нижней части (точка А) закрытой трубки во время движения с ускорением? Внутренние сечения всех трубок одинаковы, длины трубок L .

При движении с ускорением a вправо вода из правого открытого в атмосферу колена перетекает в левое колено и оттуда выливается наружу. По условию, вылилась половина воды, находящейся в правом колене (длина всех трубок $4L$, вылилась $1/8$ часть всей массы воды). Запишем уравнения движения для воды, находящейся в каких-либо двух горизонтальных участках трубки. Для участка BC имеем

$$(p_B - p_C)S = \rho a S \frac{L}{2},$$

где $p_B = \rho g L + p_0$ — давление в точке B , p_C — давление в точке C , p_0 — атмосферное давление, S — сечение трубки, ρ — плотность воды. На участке BD жидкость движется под действием разности давлений $\rho g L/2$, так как атмосферные давления в точках B и D скомпенсированы:

$$\rho g \frac{L}{2} S = \rho a S L.$$

Разделив эти два уравнения друг на друга, находим

$$p_C = \frac{3}{4} \rho g L + p_0.$$

Давление в искомой точке A отличается от найденной величины на $\rho g L$, поэтому давление в нижней части закрытой трубки равно

$$p_A = \frac{7}{4} \rho g L + p_0.$$

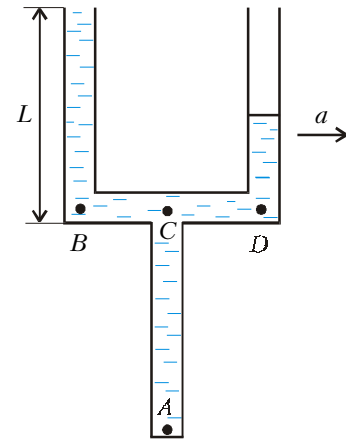


Рис. 6

Упражнения

1. Оцените массу кислорода, содержащегося в атмосфере Земли. Температура воздуха у поверхности $T = 290 \text{ К}$, радиус Земли $r = 6370 \text{ км}$. Масса кислорода, содержащегося в одном литре воздуха у поверхности Земли, равна $\rho = 0,26 \text{ г/л}$, процентное содержание кислорода (по массе) в атмосфере постоянное, толщина атмосферы много меньше радиуса планеты. Слой какой толщины занял бы кислород у поверхности, если бы его температура и давление были равны соответствующим значениям температуры и давления у поверхности Земли?

2. Герметично закрытая с одного конца трубка опускается в воду закрытым концом сверху и плавает в вертикальном положении, что обеспечивается незначительными внешними боковыми усилиями. Длина части трубки, погруженной в воду, $H = 1,75 \text{ м}$, длина всей трубки $L = 2 \text{ м}$. Найдите высоту слоя воды, зашедшей в трубку. Атмосферное давление принять равным давлению, слоя воды высотой $H_0 = 10,5 \text{ м}$.

3. Мыльный пузырь надувается воздухом, температура которого выше комнатной. При диаметре пузыря $d = 0,3 \text{ мм}$ он начинает всплывать (в комнате). На сколько процентов температура воздуха в пузыре выше комнатной? Поверхностное натяжение мыльного раствора $\sigma = 40 \text{ мН/м}$. Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Массой пленки пренебречь.

4. В лунку кубической формы размером $10 \times 10 \times 10 \text{ см}$, целиком заполненную водой, опускают цилиндрическое тело (ось цилиндра вертикальна). В результате часть воды из лунки выливается, а тело начинает плавать в ней. После этого из лунки отлили еще $m = 250 \text{ г}$ воды так, что тело стало плавать, касаясь дна лунки. Какая масса воды осталась в лунке? Чему равна плотность материала цилиндра? Диаметр цилиндра d немного меньше 10 см , высота цилиндра равна его диаметру, плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.