

дим искомую массу воздуха:

$$m = \frac{M\rho gH \cdot 4\pi r^3/3}{RT} \approx 225 \text{ кг},$$

где $M = 29 \text{ г/моль}$ – молярная масса воздуха, $T = 290 \text{ К}$ – его температура. Можно отметить, что в стандартном баллоне объемом 40 литров под давлением 200 атмосфер при комнатной температуре содержится приблизительно 10 кг воздуха.

Задача 4. Свая в виде двух соосных цилиндров забита в грунт дна водоема глубиной H (рис.2). Какая сила действует на сваю со стороны воды?

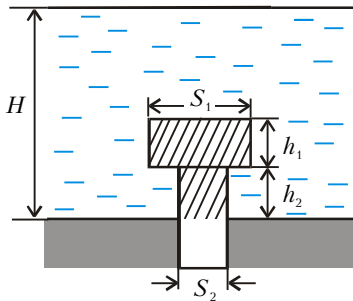


Рис. 2

Сечение верхнего цилиндра S_1 , его высота h_1 , сечение нижнего цилиндра S_2 , высота его части, находящейся в воде, h_2 .

Силы давления воды на боковые поверхности сваи компенсируют друг друга. Выталкивающая сила, действующая на нижнюю часть верхнего цилиндра сваи сечением $S_1 - S_2$, равна $\rho g(H - h_2)(S_1 - S_2)$, где ρ – плотность воды. Сила, прижимающая сваю к грунту, действует на верхнее основание сваи сечением S_1 и равна $\rho g(H - h_1 - h_2)S_1$. Результирующая сила равна

$$F = \rho g(h_1 S_1 + h_2 S_2) - \rho g H S_2.$$

Как видно, структура ответа простая: от обычной выталкивающей силы, найденной по закону Архимеда (соответствующий объем сваи на рисунке заштрихован), отнимается сила давления воды на нижнее основание сваи, как бы находящееся на уровне дна водоема. В зависимости от соотношения между h_1 , h_2 , S_1 , S_2 , H результирующая сила может быть как выталкивающей, так и прижимающей сваю ко дну водоема. В приведенных формулах отсутствует также атмосферное давление. Вопрос о том, проникает ли воздух через грунт и тем самым передает свое давление на нижнее основание сваи, забитой в грунт, мы оставляем на суд читателя.

Задача 5. В стратифицированной жидкости плотность увеличивается с глубиной h по линейному закону $\rho(h) = \rho(0)(1 + \alpha h)$, где $\rho(0)$ – извест-

ная плотность на поверхности. Для измерения константы α в жидкость на нити, прикрепленной к динамометру, опускают цилиндрическое тело длиной L и сечением S . Когда тело перемещается по вертикали на H , оставаясь целиком погруженным в жидкость, показания динамометра изменяются на ΔF . Чему равна константа α ?

Вспользуемся законом Архимеда и найдем разность выталкивающих сил при перемещении тела по вертикали на H . Очевидно, что если тело опускается, выталкивающая сила увеличивается, а показания динамометра, равные разности веса тела и силы Архимеда, уменьшаются. Пусть в начале верхняя грань цилиндра находится на глубине h_1 , нижняя на глубине $h_1 + L$, а в конце – верхняя на глубине $h_1 + H$, нижняя на глубине $h_1 + H + L$. Так как плотность жидкости меняется по линейному закону, вес воды, вытесненной телом в начале, пропорционален площади трапеции, заштрихованной на рисунке 3:

$$F_1 = gSL \frac{\rho(h_1) + \rho(h_1 + L)}{2}.$$

Аналогично, вес воды, вытесненной

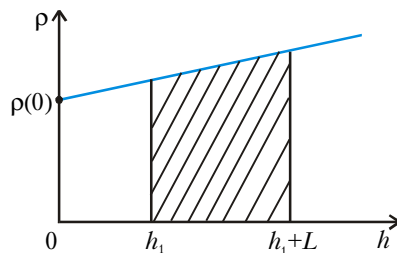


Рис. 3

телом в конце, равен

$$F_2 = gSL \frac{\rho(h_1 + H) + \rho(h_1 + H + L)}{2}.$$

При этом разность показаний динамометра составляет

$$\Delta F = F_2 - F_1 = gSL\rho(0)\alpha H,$$

откуда и находим константу α :

$$\alpha = \frac{\Delta F}{gSL\rho(0)H}.$$

Эту константу можно найти и из разности давлений на верхнее и нижнее основания цилиндра длиной L при его перемещении по вертикали на H (убедитесь в этом самостоятельно).

Задача 6. Трубка, запаянная с одного конца, опускается в жидкость сначала открытым концом вниз, а затем вверх и плавает, находясь в вертикальном положении. Длина погруженной в жидкость части трубки в первом случае на $\Delta L = 5 \text{ см}$ больше,

чем во втором. Найдите высоту H слоя жидкости, зашедшей в трубку в первом случае. Отношение внутреннего сечения трубки S_1 к внешнему S_2 равно 0,5.

Сила тяжести трубки остается неизменной, поэтому и выталкивающая сила в обоих случаях одна и та же. В первом

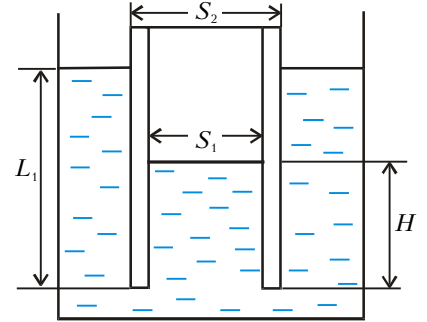


Рис. 4

случае (рис.4), по закону Архимеда, она равна $\rho g L_1 S_2 - \rho g H S_1$, во втором $\rho g L_2 S_2$, где ρ – плотность воды. Приравняв эти силы, получим

$$H = (L_1 - L_2) \frac{S_2}{S_1} = \Delta L \frac{S_2}{S_1} = 10 \text{ см}.$$

Приведем второй вариант решения – с использованием закона Паскаля, хотя в данном примере он и более громоздкий. В первом случае сила тяжести трубки mg и сила атмосферного давления p_0 на дно сечением S_2 уравновешены силой давления воздуха, находящегося внутри трубки при давлении p_1 , на внутреннюю поверхность дна S_1 и силой давления воздуха и воды на поверхность боковых стенок трубки площадью $S_2 - S_1$:

$$mg + p_0 S_2 = p_1 S_1 + (p_0 + \rho g L_1)(S_2 - S_1).$$

При этом имеет место очевидное равенство

$$p_1 = p_0 + \rho g(L_1 - H).$$

Во втором случае сила тяжести трубки уравновешена силой давления воды на дно сечением S_2 :

$$mg = \rho g L_2 S_2.$$

Силы давления атмосферы на поверхность трубки в этом случае скомпенсированы. Из приведенных равенств находим искомую высоту H .

Задача 7. На дне лунки кубической формы размером $10 \times 10 \times 10 \text{ см}$ лежит шар, диаметр которого немного меньше 10 см. В лунку наливают воду плотностью $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку долили еще $m = 250 \text{ г}$ воды так, что лунка оказалась заполненной водой до